

Ա.Ռ. ՉԻԼԻՆԳԱՐՅԱՆ

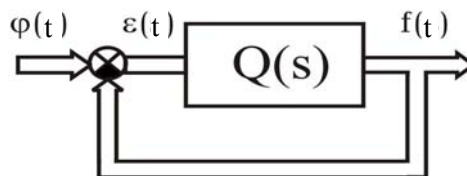
**ԳԾՍՅԻՆ ԲԱԶՄԱԶԱՓ ԱՎՏՈՄԱՏ ԿԱՌԱՎԱՐՄԱՆ ՀԱՄԱԿԱՐԳԵՐԻ
ԿՈՄՊԵՆՍԱՏՈՐԻ
ՕՊՏԻՄԱԼ ՊԱՐԱՄԵՏՐԵՐԻ ԸՆՏՐՈՒԹՅՈՒՆԸ ՄՈՒՏՔԱՅԻՆ ՊԱՏԱՀԱԿԱՆ
ԱԶԴԵՑՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԴԵՊՔՈՒՄ**

Հիմք ընդունելով գծային բազմաչափ ավտոմատ կառավարման համակարգերի (ԲԱԿՀ) էլքային ազդանշանի վիճակագրական ճշտության սկալյար գնահատականը՝ առաջարկվում է կոմպենսատորի օպտիմալ պարամետրերի ընտրության նոր մոտեցում: Կառավարման որակը հաշվի առնելու նպատակով որպես սահմանափակում ընդգրկվել է ԲԱԿՀ-ի տատանողականության ցուցանիշը: Առաջարկված մոտեցումը կիրառվել է համապատասխան ալգորիթմական և ծրագրային ապահովումների ստեղծման ժամանակ: Մշակված ծրագրով նախագծվել է ռեալ տեսային ԲԱԿՀ-ի կոմպենսատոր:

Առանցքային բառեր. բազմաչափ ավտոմատ կառավարման համակարգ, վիճակագրական ճշտություն, փոխանցման ֆունկցիաների մատրից, սպեկտրալ խտությունների մատրից, օպտիմալ պարամետր:

Ավտոմատ կառավարման տեսության ժամանակակից գրականության մեջ կան բազմաթիվ աշխատություններ, որոնք նվիրված են վեկտորական պատահական գործընթացների օպտիմալ գտմանը: Դրանցից են մասնավորապես Կոլմոգորով-Վիների դասական տեսության տարածումը ԲԱԿՀ-ի դեպքի համար, Կալման-Բյուսիի տեսության առանձին ասպեկտների մանրակրկիտ դիտարկումը և այլն [1,2]: Դրա հետ մեկտեղ համեմատաբար քիչ ուշադրության են արժանանում պատահական ազդեցությունների տակ գտնվող ԲԱԿՀ-ի հետազոտման և նախագծման ճարտարագիտական մեթոդները: Միաչափ համակարգերի տեսության համապատասխան մեթոդների տարածումը ԲԱԿՀ-ի դեպքի համար առաջացնում է որոշ դժվարություններ, որոնք էապես աճում են՝ կառավարվող կոորդինատների քանակի ավելացմանը զուգընթաց: Այդ պատճառով անհրաժեշտ է մշակել ԲԱԿՀ-ի հետազոտման և նախագծման այնպիսի մեթոդներ, որոնք հաշվի կառնեն վերջիններիս առանձնահատկությունները և, միևնույն ժամանակ, սերտ կապի մեջ կլինեն դասական ճարտարագիտական մեթոդների հետ:

Դիտարկենք ընդհանուր տեսքի N մուտքերով և N ելքերով գծային կայուն ԲԱԿՀ (նկ. 1):



Նկ.1. Գծային ԲԱԿՀ-ի մատրիցային կառուցվածքային սխեմա

$Q(s)$ -ը ԲԱԿՀ-ի փոխանցման ֆունկցիաների մատրիցն է, $\varphi(t) = \varphi_{\text{օգ}}(t) + \varphi_{\text{վրդ}}(t)$ -ն մուտքային ազդանշանի վեկտորն է, որը բաղկացած է օգտակար՝ $\varphi_{\text{օգ}}(t)$ և վրդովող՝ $\varphi_{\text{վրդ}}(t)$ բաղադրիչներից, $f(t) = f_{\text{օգ}}(t) + f_{\text{վրդ}}(t)$ -ն ելքային ազդանշանի վեկտորն է, որտեղ $f_{\text{օգ}}(t)$ -ն և $f_{\text{վրդ}}(t)$ -ն պայմանավորված են $\varphi_{\text{օգ}}(t)$ և $\varphi_{\text{վրդ}}(t)$ բաղադրիչներով, իսկ $\varepsilon(t)$ -ն սխալի վեկտորն է: Քանի որ համակարգը գծային է, ապա մուտքային օգտակար և վրդովող ազդեցությունները կարելի է դիտարկել առանձին: Ընդունենք, որ $\varphi_{\text{վրդ}}(t)$ պատահական վրդովմունքների վեկտորը ենթարկվում է գաուսյան բաշխմանը և ունի զրոյական մաթսպասում: Այս դեպքում P_f ելքի կովարիացիաների մատրիցն ունի հետևյալ տեսքը [3]՝

$$P_f = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} S_f(j\omega) d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi(j\omega) S_\varphi(j\omega) \Phi^*(j\omega) d\omega ,$$

որտեղ $S_\varphi(j\omega)$ -ն և $S_f(j\omega)$ -ն, համապատասխանաբար, $\varphi_{\text{վրդ}}(t)$ և $f_{\text{վրդ}}(t)$ վեկտորների սպեկտրալ խտությունների մատրիցներն են, իսկ $\Phi(j\omega) = [I + Q(j\omega)]^{-1} Q(j\omega)$ -ն փակ ԲԱԿՀ-ի փոխանցման ֆունկցիաների մատրիցն է, $\Phi^*(j\omega)$ -ն՝ $\Phi(j\omega)$ -ին համալիր-համալուծ մատրիցն է:

Սովորաբար P_f կովարիացիաների մատրիցի միջոցով կարելի է գաղափար կազմել ԲԱԿՀ-ի $f(t)$ ելքային ազդանշանի վիճակագրական ճշտության ($f_{\text{վրդ}}(t)$ բաղադրիչի) մասին: Սակայն P_f -ի հաշվարկը կապված է որոշ բարդությունների հետ և, բացի դրանից, այն կիրառելիս անհրաժեշտ է նկատի ունենալ N հատ $P_{f_{ii}} (i = \overline{1, N})$ դիսպերսիաները (P_f մատրիցի անկյունագծային տարրերը) և ԲԱԿՀ-ի ելքային փոփոխականների $N(N-1)/2$ հատ ($P_{f_{ik}} = P_{f_{ki}}; i, k = \overline{1, N}$) փոխադարձ կոռելյացիոն մոմենտները: Այդ պատճառով առաջարկվել է [3] ԲԱԿՀ-ի ելքային $f(t)$ ազդանշանի վիճակագրական ճշտությունը գնահատել սկալյար մեծությամբ, որը կունենա ակնառու ֆիզիկական իմաստ: Որպես այդպիսի գնահատական ընդունվել է ԲԱԿՀ-ի $f_{\text{վրդ}}(t)$ ելքային ազդանշանի վեկտորի մոդուլի դիսպերսիան [3]՝

$$D_f = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \text{tr}\{\Phi(j\omega) S_\varphi(j\omega) \Phi^*(j\omega)\} d\omega , \quad (1)$$

որտեղ tr -ով նշանակված է մատրիցի հետքը (անկյունագծային տարրերի գումարը):

Ներմուծելով մատրիցի՝ Շմիդտի նորման [4], որը կամայական քառակուսային $A = \{a_{ij}\}$ մատրիցի համար ունի

$$\|A\|_{\infty} = \sqrt{\text{tr}\{AA^*\}} = \sqrt{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N |a_{ij}|^2}$$

տեսքը, D_f -ի վերին սահմանը գնահատելու համար ստացվել է հետևյալ արտահայտությունը [3].

$$D_f \leq \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \|\Phi(j\omega)\|_{\infty}^2 \|S_{\varphi}(j\omega)\|_{\infty} d\omega, \quad (2)$$

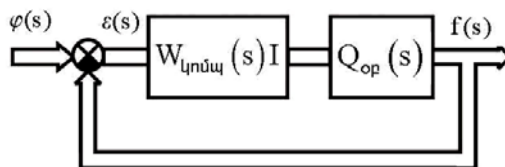
որը $N=1$ դեպքում վերափոխվում է հավասարության և համապատասխանում է դասական կառավարման տեսության հայտնի առնչությանը [5]՝

$$D_f = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} |\Phi(j\omega)|^2 s_{\varphi}(\omega) d\omega : \quad (3)$$

(2) և (3) արտահայտությունների նմանությունը թույլ է տալիս ԲԱԿՀ-ի հետազոտման համար կիրառել դասական կառավարման տեսության հաճախականային մեթոդները: (2) արտահայտության հիման վրա բացահայտվել է ԲԱԿՀ-ի կանոնական բազիսի և վիճակագրական ճշտության կապը [3]: Որոշ մասնավոր դեպքերում D_f -ի համար հնարավոր է ստանալ անալիտիկ առնչություն [6]: Թվարկված տեսական արդյունքների հիման վրա MATLAB կիրառական ծրագրերի փաթեթի միջավայրում մշակվել է ծրագիր, որը հնարավորություն է տալիս հետազոտելու ԲԱԿՀ-ի ելքային ազդանշանի վիճակագրական ճշտությունը:

Վերոհիշյալ փաստերը հիմք են ծառայել պատահական վրդովող ազդեցությունների դեպքում ԲԱԿՀ-ի նախագծման համար առաջարկել նոր մոտեցում, որտեղ ԲԱԿՀ-ի կոմպենսատորի պարամետրերի ընտրության ժամանակ, որպես օպտիմալության չափանիշ ընդունվում է ԲԱԿՀ-ի ելքային ազդանշանի վիճակագրական ճշտության D_f սկալյար գնահատականը:

Դիտարկենք հետևյալ ԲԱԿՀ-ն.



Նկ.2. Սկալյար կոմպենսատորով գծային ԲԱԿՀ-ի մատրիցային կառուցվածքային սխեմա

ԲԱԿՀ-ի օբյեկտը նկարագրվում է $Q_{op}(s)$ փոխանցման ֆունկցիաների մատրիցի միջոցով, որի մուտքի առանձին կապուղիներում տեղադրված է $W_{կոմպ}(s)$ փոխանցման ֆունկցիայով կոմպենսատոր: Այդպիսի կոմպենսատորը գրականության մեջ ընդունված է անվանել սկալյար:

Ենթադրենք, որ կոմպենսատորի կառուցվածքը հայտնի է և անհրաժեշտ է որոշել նրա K ուժեղացման գործակիցը և T_j , $j = 1, m$ ժամանակի հաստատունները:

Ձևակերպենք նշված ԲԱԿՀ-ի $W_{կոմսայ}(s)$ կոմպենսատորի օպտիմալ պարամետրերի ընտրության խնդիրը՝ ըստ ԲԱԿՀ-ի էլքային $f(t)$ վեկտորի մոդուլի D_f դիսպերսիայի նվազագույն արժեքի: Որպես սահմանափակումներ ընդունենք ԲԱԿՀ-ի կայունության ապահովումը, $W_{կոմսայ}(s)$ կոմպենսատորի K ուժեղացման գործակցի, ինչպես նաև T_j , $j = \overline{1, m}$ ժամանակի հաստատունների նվազագույն և առավելագույն հնարավոր սահմանները: Որպես կառավարման որակի չափանիշ ներմուծենք ԲԱԿՀ-ի համար ընդունված M տատանողականության ցուցանիշը [7], որի համար ունենք հետևյալ առնչությունը.

$$M = \max_{0 \leq \omega \leq \infty} \|\Phi_\varepsilon(j\omega)\|_{\text{сн}},$$

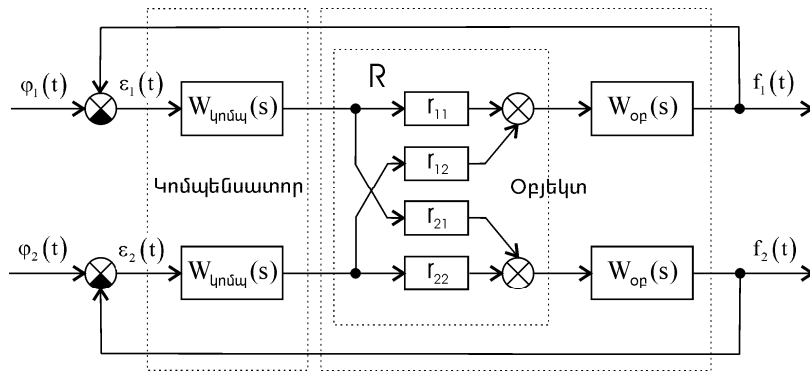
որտեղ $\Phi_\varepsilon(j\omega) = [I + Q_{\text{оп}}(s)(W_{կոմսայ}(s)I)]^{-1}$, իսկ $\|\Phi_\varepsilon(j\omega)\|_{\text{сн}}$ -ով նշանակված է փակ ԲԱԿՀ-ի՝ ըստ սխալի հաճախականային փոխանցման ֆունկցիաների մատրիցի սպեկտրալ նորմը: Կամայական A քառակուսային մատրիցի սպեկտրալ նորմը որոշվում է որպես AA^* էրմիտյան մատրիցի ամենամեծ սեփական թվից քառակուսի արմատի դրական արժեք [4]:

Անհրաժեշտ է նշել, որ տատանողականության ցուցանիշը թույլ է տալիս գաղափար կազմել ԲԱԿՀ-ի կայունության պաշարների, և նրա ճշտության մասին, ընդ որում՝ այդ ինֆորմացիան, անկախ առանձին կանալների քանակից, կենտրոնացված է միակ M թվի մեջ, որն ունի փոփոխության համեմատաբար նեղ սահմաններ [7]: Ինչպես միաչափ համակարգեր նախագծելիս, այստեղ էլ խորհուրդ է տրվում M -ի արժեքը ընտրել $1,3 \leq M \leq 3$ սահմաններում: ԲԱԿՀ-ի կայունության որոշման համար հարմար է օգտվել վիճակների տարածությունում համակարգը նկարագրող A մատրիցից: ԲԱԿՀ-ի կայուն լինելու անհրաժեշտ և բավարար պայման է հանդիսանում A մատրիցի բոլոր սեփական թվերի բացասական իրական մաս ունենալը, այսինքն՝ $\text{Re}[\lambda_i(A)] < 0$, $\forall i = \overline{1, N}$: ԲԱԿՀ-ի A մատրիցը միարժեքորեն որոշվում է համակարգի $\Phi(s)$ փոխանցման ֆունկցիաների մատրիցից, երբ անցում է կատարվում վիճակների տարածություն: Հաշվի առնելով վերը նշված դիտողությունները՝ ԲԱԿՀ-ի կոմպենսատորի օպտիմալ պարամետրերի ընտրության համար անհրաժեշտ է լուծել հետևյալ էքստրեմալ խնդիրը՝

$$\left\{ \begin{array}{l}
 D = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \text{tr}\{\Phi(j\omega)S_{\varphi}(\omega)\Phi^*(j\omega)\}d\omega \rightarrow \min_{K, T_j(j=1,m)}, \\
 \max_{0 \leq \omega \leq \infty} \|\Phi_{\varepsilon}(j\omega)\|_{\text{cn}} \leq 3, \\
 \max_{0 \leq \omega \leq \infty} \|\Phi_{\varepsilon}(j\omega)\|_{\text{cn}} \geq 1,3, \\
 \text{Re}[\lambda_i(A)] < 0, \quad i = \overline{1, N}, \\
 K \geq K_{\min}, \quad K \leq K_{\max}, \\
 T_j \geq T_{j \min}, \quad T_j \leq T_{j \max}, \quad j = \overline{1, m} :
 \end{array} \right. \quad (4)$$

Ինչպես երևում է (4) համակարգից, առաջադրված խնդիրը ոչ գծային էքստրեմալ խնդիր է: Այն լուծելու համար կարելի է օգտվել որևէ թվային մեթոդից: Դիտարկված խնդրի լուծման համար կիրառելով պատահական որոնման հիպերսֆերիկ մեթոդը [8]՝ մշակվել է ալգորիթմ և գրվել ծրագիր՝ MATLAB-ի միջավայրում:

Օրինակ. Դիտարկենք նկ. 3-ում պատկերված ԲԱԿՀ-ի կոմպենսատորի օպտիմալ պարամետրերի ընտրության խնդիրը:



Նկ.3. Սկալյար կոմպենսատորով գծային ԲԱԿՀ-ի կառուցվածքային սխեմա

Բաց ԲԱԿՀ-ը նկարագրվում է հետևյալ ձևով՝

$$Q(s) = (W_{op}(s) * I) R * (W_{komp}(s) * I),$$

որտեղ $W_{op}(s)$ -ը օբյեկտի առանձին կապուլիների փոխանցման ֆունկցիան է

$$W_{op}(S) = \frac{750000000}{s(s+25)(s+400)(s+500)},$$

I-ն 2×2 չափանի միավոր մատրից է, R -ը՝ կոշտ փոխադարձ կապերի մատրից

$$R = \begin{bmatrix} 0,8660 & 0,5000 \\ -0,5000 & 0,8660 \end{bmatrix},$$

$W_{\text{կոնսպ}}(S)$ -ը՝ համակարգի յուրաքանչյուր կապուղում տեղադրված կոմպենսատորների փոխանցման ֆունկցիան.

$$W_{\text{կոնսպ}}(S) = \frac{K (s+3) (s+25)}{(s+1/T_1) (s+1/T_2)} :$$

$W_{\text{կոնսպ}}(S)$ -ի պարամետրերը ունեն հետևյալ փոփոխման սահմանները. $K = [0,1;10]$, $T_1 = [0,1; 10]$, $T_2 = [0,001; 0,005]$: Մուտքային վրդովող ազդանշանի $S_{\varphi}(j\omega)$ սպեկտրալ խտությունների մատրիցը հետևյալն է.

$$S_{\varphi}(j\omega) = \frac{1}{0,04\omega^2 + 1} * I :$$

Խնդիրը լուծվել է MATLAB-ի միջավայրում գրված ծրագրի օգնությամբ և ստացվել են հետևյալ արդյունքները.

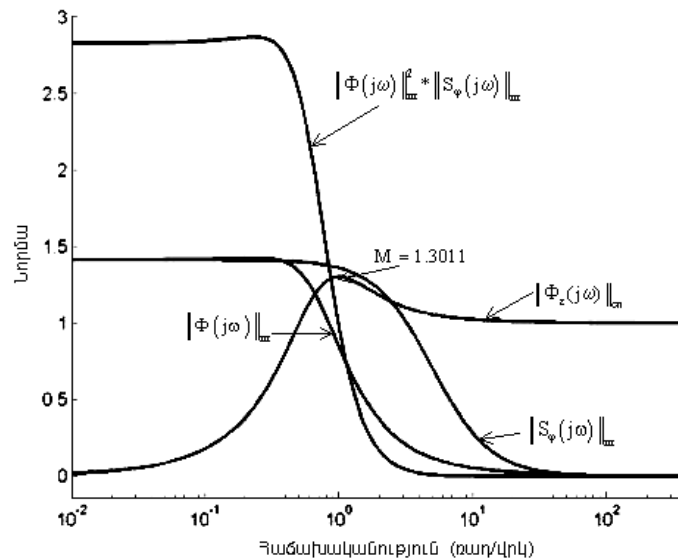
Կոմպենսատորի պարամետրերը՝ $K = 0,1000$, $T_1 = 0,5382$, $T_2 = 0,0010$,

ԲԱԿՀ-ի էլքային վեկտորի մոդուլի D_f դիսպերսիայի օպտիմալ արժեքը.

$D_{f \text{ opt}} = 0,6403$:

ԲԱԿՀ-ի տատանողականության ցուցանիշը՝ $M = 1,3011$:

Տրված դեպքի համար ԲԱԿՀ-ի հաճախականային բնութագրերը բերված են նկ. 4-ում:



Նկ.4. ԲԱԿՀ-ի հաճախականային բնութագրերը

Այսպիսով, ԲԱԿ7Հ-ի մատրիցային բնութագրերի փոխարեն օգտագործելով առաջարկված սկալյար վիճակագրական ճշտության գնահատականը [3] և ԲԱԿ7Հ-ի տատանողականության ցուցանիշը [7]՝ հնարավորություն է ընձեռվում ԲԱԿ7Հ-ի հետազոտման և նախագծման խնդիրներում զգալիորեն կրճատել անհայտների թիվը: Ասվածը հատկապես կարևոր է մեծ չափողականություն ունեցող համակարգերի համար: Նշված հանգամանքով է պայմանավորված առաջարկվող մոտեցման հիման վրա ստեղծված ալգորիթմական և ծրագրային միջոցների արդյունավետությունը:

ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ՑԱՆԿ

1. **Лившиц Н.А., Виноградов В.Н., Голубев Г.А.** Корреляционная теория оптимального управления многомерными процессами. - М.: Советское радио, 1974. - 328 с.
2. **Bosgra O.H., Kwakernaak H., Meinsma G.** Design Methods for Control Systems. DISC, **2004.**- **325 p.**
3. **Гаспарян О.Н., Чилингарян А.Р.** Об одной скалярной оценке статистической точности линейных многомерных систем автоматического регулирования // Моделирование, оптимизация, управление: Вестник ГИУА.- 2005.- Вып.8, т. 1.- С. 102-108.
4. **Гантмахер Ф.Р.** Теория матриц.- М.: Физматлит, 2004.- 560 с.
5. Теория автоматического управления / Под ред. В.Б. Яковлева. - М.: Высшая школа, 2003.- 568 с.
6. **Гаспарян О.Н., Чилингарян А.Р.** К вычислению дисперсий на выходах однотипных и нормальных многомерных систем регулирования // Моделирование, оптимизация, управление: Вестник ГИУА.- 2006.- Вып.9, т. 1.- С. 111-119.
7. **Skogestad S., Postlethwaite I.** Multivariable Feedback Control.- Analysis and Design, John Wiley & Sons, 1996.- 572 p.
8. Թերզյան Հ.Ս. Ավտոմատացված նախագծման համակարգերի տեսություն: - Երևան, Լոս-Անջելոս, Աթենք, 1995.- 433 էջ:

ՀՊՃՀ: Նյութը ներկայացվել է խմբագրություն 29.08.2006:

А.Р. ЧИЛИНГАРЯН

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОПТИМАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ КОМПЕНСАТОРА ЛИНЕЙНЫХ
МНОГОМЕРНЫХ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ ПРИ СЛУЧАЙНЫХ
ВХОДНЫХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ**

На основе скалярной оценки статистической точности выходного сигнала линейных многомерных систем автоматического регулирования (МСАР) предложен новый подход для определения оптимальных параметров компенсатора. Для учета качества управления в число ограничений вводится показатель колебательности МСАР. Предложенный метод применялся для создания соответствующего алгоритма и программы. При помощи упомянутой программы спроектирован компенсатор МСАР.

Ключевые слова: многомерная система автоматического регулирования, статистическая точность, матрица передаточных функций, матрица спектральных плотностей, оптимальный параметр.

A.R. CHILINGARYAN

**DETERMINATION OF OPTIMAL PARAMETERS OF COMPENSATOR FOR LINEAR
MULTIVARIABLE FEEDBACK CONTROL SYSTEMS UNDER RANDOM INPUT
DISTURBANCES**

A new method of optimal parameter compensator determination based on scalar statistic accuracy estimate of output signal of linear multi-input multi-output (MIMO) feedback control systems is proposed. To consider the quality of control with a number of restrictions, the index of oscillation of MIMO control systems is shown. The offered method is applied for creating the corresponding algorithm and the program. By means of the mentioned program a compensator of MIMO control system is designed.

Keywords: multi-input multi-output feedback control systems, statistic accuracy, transfer function matrix, spectral density matrix, optimal parameter.