

Հ.Ա. ԳՈՄՅՅԱՆ, Հ.Դ. ՀՈՒՍԻԿՅԱՆ

ՇԱՐԺԱԿԱՆ ԿԱՊԵ ՀԱՄԱԿԱՐԳԻ ԲԶՋԱՅԻՆ ՏԱՐԱԾՔՆԵՐԻ ԿԱՊՈՒՂԻՆԵՐԻ ԹՎԻ և ԲԱԺԱՆՈՐՈՂՆԵՐԻ ՔԱՆԱԿԻ ՎԵՐԼՈՒԾՈՒԹՅՈՒՆ

Մաթեմատիկական մոդելի միջոցով, բջջային կապի համակարգի բջջային տարածքների կապուղիների թվի և բաժանորդների քանակի պարամետրերից կախված, որոշվել են համակարգում բջջային տարածքների քանակը, լցման գործակիցը, բջջային տարածքի կապուղիների միջին թիվը և դիսպերսիան :

Առանցքային բառեր. շարժական կապ, բջջային տարածք, կապուղի, բաշխման խտություն, դիսպերսիա:

Շարժական կապի համակարգի (ՇԿՀ) բջջային տարածքների (ԲՏ) կարևորագույն պարամետրերն են բաժանորդների N_1 քանակը և ԲՏ-ի կապուղիների m_1 թիվը: ՇԿՀ-ի ԲՏ-ի կապուղիների թվի և բաժանորդների քանակի ճիշտ ընտրությունը կանխորոշում է ՇԿՀ-ի կառուցվածքի որակի այնպիսի ցուցանիշներ, ինչպիսիք են կառուցվածքային ԲՏ –երի միջին քանակը, ԲՏ-ում բաժանորդների միջին քանակը և բաժանորդների լցվածության գործակիցը: ՇԿՀ-ի ԲՏ-երի կապուղիների թվի և բաժանորդների քանակի պահանջարկի վերլուծության խնդիրն է այդ պարամետրերից ՇԿՀ-ի կառուցվածքի որակի ցուցանիշների ունեցած կախվածության որոշումը [1-4]:

Ենթադրենք՝ տրված է N_0 բաժանորդ պարունակող ՇԿՀ-ի պահանջարկի $m(N)$ ֆունկցիան, որը պետք է նախագծված լինի N_1 բաժանորդների քանակով և m_1 կապուղիներով ԲՏ-ի հիման վրա: Դիտարկենք այն դեպքը, երբ ԲՏ-ի m_1 և N_1 պարամետրերը հանդես են գալիս որպես սահմանափակումներ (նկ.):

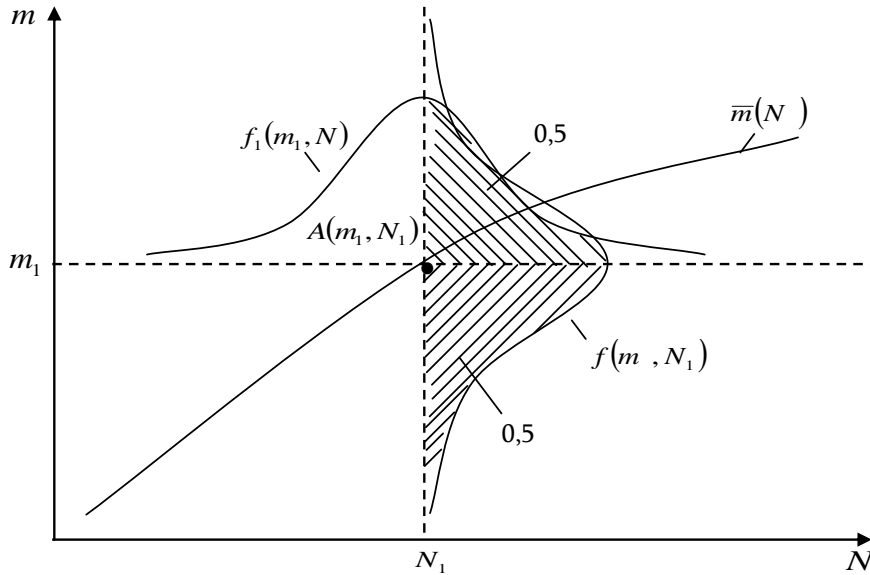
Համաձայն բաժանորդների կապվածության հավանականային մոդելի [1]՝ կապի մեջ մտնող ինչպես կապուղիների m թիվը, այնպես էլ բաժանորդների N քանակը պատահական մեծություններ են: Այդ դեպքում ԲՏ-ի հմար պահանջվող կապուղիների m թիվը և բաժանորդների N քանակը նույնպես պատահական մեծություններ են, որոնց արժեքները վերևից սահմանափակված են ԲՏ-ի m_1 և N_1 պարամետրերով :

a_i – ով նշանակենք այն հավանականությունը, որ ԲՏ –ում կապի մեջ կլինեն i բաժանորդներ :

$$a_i = P(N_m = i), \quad i = 1, 2, 3, \dots, N_1, \quad (1)$$

և B_j -ով՝ այն հավանականությունը, որ կպահանջվի ԲՏ-ի j կապուղի, որպեսզի իրականացվի անխափան կապը՝

$$B_j = P(m_m = j), \quad j = 1, 2, 3, \dots, m_1 : \quad (2)$$



Նկ. Կապուղիների m թվի կախումը բաժանորդների N քանակից (աշխատանքային $A(m_1, N_1)$ կետն ընտրված է $\bar{m}(N)$ կորի վրա)

ԲՏ-ի բաժանորդների N_1 քանակի a_i ($i = 1, 2, 3, \dots, N_1$) հավանականության բաշխումը կարելի է ստանալ m_1 թվով կապուղիներ պահանջվող բաժանորդների քանակի բաշխման խտությունից հետևյալ կերպ՝

$$a_i = \int_i^{i+1} f_1(m_1, N) dN, \quad 1 \leq i < N_1, \quad (3)$$

$$a_{N_1} = \int_{N_1}^{\infty} f_1(m_1, N) dN : \quad (4)$$

Ինչպես երևում է (4)-ից՝ ամբողջովին լցված ԲՏ-ի a_{N_1} ստացման հավանականությունը որոշվում է որպես այնպիսի հավանականություն, երբ m_1 թվով կապուղիների պահանջարկ ունեցող N_1 բաժանորդների քանակը լրիվ բավարարվում է և փոքր չի լինում m_1 -ից :

Խնդիրն այն է, որ բոլոր դեպքերում, երբ \mathcal{FS} -ի կապուղիների թիվը մեծ է պահանջարկից, ապա կապուղիներն ամբողջապես չեն օգտագործվում:

Համանմանորեն B_j հավանականությունների բաշխման որոշման համար պետք է օգտվել բաժանորդների N_1 քանակի պահանջարկի բաշխման $f(m, N_1)$ խտությունից: Հաշվի առնելով, որ բոլոր դեպքերում, երբ բաժանորդների N_1 քանակի պահանջարկի կապուղիների m_1 թվից փոքր կլինի \mathcal{FS} -ի կապուղիների թիվը, այսինքն՝ կապուղիները բավարարում են, և բոլոր կապերն իրականացվում են հուսալիորեն՝

$$B_j = \int_i^{i+1} f(m, N_1) dm, \quad 1 \leq j < m_1, \quad (5)$$

$$B_{m_1} = \int_{m_1}^{\infty} f(m, N_1) dm, \quad (6)$$

ապա a_i և β_j հավանականությունների բաշխումը բավարարում է հետևյալ պայմանները.

$$\sum_{i=1}^{N_1} a_i = 1, \quad \sum_{j=1}^{m_1} B_j = 1: \quad (7)$$

Դիտարկենք \mathcal{FS} կապուղիների թվի և բաժանորդների քանակի որոշման գործակցը: Q թվով \mathcal{FS} -երի ձևավորումից հետո բաժանորդների N_n պատահական քանակ է օգտագործվում, որը պատահական մեծությունների միանման բաշխման գումար է [5],

$$N_n = \sum_{k=1}^n N_M, \quad (8)$$

որտեղ N_M -ն Q –րդ բջջային տարածքի բաժանորդների քանակն է: Դա նշանակում է, որ N_0 բաժանորդներ պարունակող ՇԿՀ-ի \mathcal{FS} -ների թվի որոշման խնդիրը բերվում է $(0, 1, 2, 3, \dots, N_0)$ միջակայքում պատահական գումարելիների թվի որոշման խնդրին:

Սովորաբար \mathcal{FS} բաժանորդների քանակը կախված չէ այն բանից, թե ցանկացած \mathcal{FS} -ում քանի բաժանորդ կա, այսինքն՝ $N_M (K = 1, 2, 3, \dots)$ կարելի է անկախ պատահական մեծություն համարել: Հավանականության տեսության կենտրոնական սահմանային թեորեմի համաձայն՝ անկախ պատահական մեծությունների գումարի բաշխման օրենքը գումարելիների թվի աճի հետ անվերջ մոտենում է նորմալ բաշխ-

ման օրենքին: Գործնականում կենտրոնական սահմանային թեորեմից կարելի է օգտվել նաև այն ժամանակ, երբ խոսքը համեմատաբար ոչ մեծ թվով պատահական մեծությունների գումարի մասին է, քանի որ արդեն տասը կարգի (իսկ հաճախ՝ ավելի քիչ թվով) գումարելիների դեպքում գումարի բաշխման օրենքը կարող է ներկայացվել որպես նորմալ բաշխման օրենք [5, էջ 295]: Այսպիսով, կարելի է համարել, որ ՇԿՀ-ի Q ԲՏ-ների վրա բաժանորդների քանակի բաշխման օրենքը Q -ի մեծացման հետ ասիմպտոտորեն մոտենում է նորմալ բաշխման օրենքին:

Ապացուցված է [6, էջ 431-433], որ գումարի բաշխման ասիմպտոտային նորմալության պայմանի դեպքում պատահական գումարելիների Q քանակը $(0 - N_0)$ միջակայքում նույնպես նորմալ բաշխման օրենքով է բաշխված, որի մաթեմատիկական սպասումը կլինի՝

$$Q = \frac{N_0}{N_M}, \quad (9)$$

դիսպերսիան՝

$$D_n = \frac{N_0 D_M}{N_M^3}, \quad (10)$$

որտեղ N_M և D_M -ը համապատասխան ԲՏ -ի՝ բաժանորդների միջին քանակը և դիսպերսիան են:

ԲՏ-ի բաժանորդների քանակի բաշխման այդ պարամետրերը կարելի է ստանալ $a_i (i = 1, \bar{N}_1)$ հավանականությունների բաշխումից հետևյալ կերպ [5],

$$N_M = \sum_{i=1}^{N_1} i a_i, \quad (11)$$

$$D_M = \sum_{i=1}^{N_1} (i - N_M)^2 a_i : \quad (12)$$

Հաշվի առնելով (3) և (4) արտահայտությունները՝ ԲՏ -ի բաժանորդների միջին արժեքը և դիսպերսիան կարելի է որոշել մակերևույթի $f(m_1, N)$ հավասարման միջոցով՝

$$N_M = \int_0^{N_1} N f_1(m_1, N) dN + N_1 \int_{N_1}^{\infty} f_1(m_1, N) dN, \quad (13)$$

$$D_M = \int_0^{N_1} (N - N_M)^2 f_1(m_1, N) dN + (N_1 - N_M)^2 \int_{N_1}^{\infty} f_1(m_1, N) dN : \quad (14)$$

(13)-ը և (14)-ը համապատասխանաբար տեղադրելով (9)-ում և (10)-ում՝ կատանանք ՇԿՀ-ի կառուցվածքի ԲՏ-ների միջին քանակի և դիսպերսիայի գնահատման արտահայտությունները՝ համաձայն ԲՏ-ի կապուղիների m_1 թվի և բաժանորդների N_1 քանակի:

ԲՏ-երի քանակը՝

$$\bar{Q} = \frac{N_0}{\int_0^{N_1} N f_1(m_1, N) dN + N_1 \int_{N_1}^{\infty} f_1(m_1, N) dN}, \quad (15)$$

$$D_Q = \frac{N_0 \left[\int_0^{N_1} (N - N_M)^2 f_1(m_1, N) dN + (N_1 - N_M)^2 \int_{N_1}^{\infty} f_1(m_1, N) dN \right]}{\left[\int_0^{N_1} N f_1(m_1, N) dN + N_1 \int_{N_1}^{\infty} f_1(m_1, N) dN \right]^3}: \quad (16)$$

Քանի որ ԲՏ-ների Q թիվը նորմալ բաշխումով պատահական մեծություն է, ապա նրա հնարավոր արժեքները կարող են շեղվել միջին արժեքից գործնականորեն ստանդարտ շեղման եռակի մեծությունից ոչ ավելի [5, էջ 122]: Հետևաբար, կարելի է ասել, որ ԲՏ-ների թիվը ՇԿՀ-ում կլինի

$$Q = \bar{Q} \pm 3\sqrt{D_n} \quad (17)$$

սահմաններում:

Սահմանենք ԲՏ-ի լցվածության գործակիցը որպես ՇԿՀ-ի բաժանորդների ընդհանուր քանակի հարաբերությունը ԲՏ-ների բաժանորդների գումարային քանակին՝

$$K = \frac{N_0}{N_{\text{բաժ}}} = \frac{N_0}{QN_1}: \quad (18)$$

Հաշվի առնելով (9)-ը, գտնենք լցման գործակցի միջին արժեքը՝

$$\bar{K} = \frac{N_0}{QN_1} = \frac{N_0}{\frac{N_0}{N_{\text{բաժ}}} N_1} = \frac{N_{\text{բաժ}}}{N_1}: \quad (19)$$

(18)-ի մեջ տեղադրելով (17)-ի արժեքը, կարելի է որոշել ԲՏ-ների լցման գործակցի փոփոխման սահմանները՝

$$K = \frac{N_0}{(Q \pm 3\sqrt{Q_0})N_1} : \quad (20)$$

FS-ների կապուղիների գումարային թիվը կարելի է գնահատել հետևյալ կերպ՝

$$M = Q\bar{m} , \quad (21)$$

որտեղ \bar{m} -ը մեկ FS-ի կապուղիների միջին թիվն է՝

$$\bar{m} = \sum_{j=1}^{m_1} JB_j : \quad (22)$$

Հաշվի առնելով (5), (6) բանաձևերը՝ կարելի է գրել՝

$$\bar{m} = \int_0^{m_1} mf(m, N_1)dm + m_1 \int_{m_1}^{\infty} f(m, N_1)dm : \quad (23)$$

Ստացված մաթեմատիկական մոդելները թույլ են տալիս գնահատել բաժանորդների քանակը և FS-ի կապուղիների պահանջվող թիվը, FS-ների քանակը և նրանց լցման գործակիցը, ինչպես նաև FS-ների կապուղիների գումարային թիվը՝ կախված մեկ FS-ում կապուղիների m_1 թվից և բաժանորդների N_1 քանակից:

Եզրակացություն

1. ՇԿՀ-ի կապուղիների որակի որոշ ցուցիչները (FS-ի քանակ, FS-ի լցման գործակից և կապուղիների գումարային թիվ) կախված են ՇԿՀ-ի FS-ի կապուղիների m_1 թվից և բաժանորդների N_1 քանակից: Այդ կապուղիների անալիտիկ արտահայտությունները՝ ստացված ՇԿՀ-ի բաժանորդների կախվածության հավանականային մոդելի միջոցով, կարող են օգտագործվել ըստ կապուղիների թվի և բաժանորդների քանակի՝ FS-ի տեսական վերլուծության խնդրի լուծման ժամանակ:

2. Մակերևույթի հավասարումների համախումբը, որոնցից մեկը բաժանորդների N քանակի կապուղիների թվի բաշխման խտությունների երկրաչափական տեղն է, իսկ մյուսը՝ m կապեր ունեցող բաժանորդների քանակի բաշխման խտությունների երկրաչափական տեղը, կարելի է դիտել որպես ՇԿՀ բաժանորդների կախվածության հավանականային մոդել:

3. ՇԿՀ-ի կառուցվածքի որակի որոշ ցուցանիշներ (FS-ների քանակ, FS-ի լցման գործակից և FS-ների կապուղիների գումարային թիվ) կապված են ՇԿՀ-ի բաժանորդների կախվածության հավանականային մոդելի միջոցով, կարող են օգտագործվել ըստ կապուղիների թվի և բաժանորդների քանակի՝ FS-ի տեսական վերլուծության համար:

ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ՑԱՆԿ

1. **Գոմցյան Հ.Ա., Հուսիկյան Լ.Դ.** Բջջային կապի համակարգի դետերմինիստական և հավանականային մոդելների համարժեքության վերլուծությունը // ՀՀ ԳԱԱ և ՀՊՃՀ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ. Տեխնիկական գիտությունների սերիա. - 2009. - Հատոր LXII, N1. - էջ 76-84:
2. **Усикян О.Д.** Метод определения количества каналов связи мобильных телефонных систем // Материалы 9-й Межд. молодежной науч.-техн. конф. “Современные проблемы радиотехники и телекоммуникации РТ-2013”. - Севастополь, 2013. - С. 135.
3. **Husikyan L.D.** Probability Model of the Mobile System’s Channel Capacity // Proc. of the 7th international conf. “Computer Science and Information Technologies.”- Yerevan, 2009. - P.154-155.
4. **Գոմցյան Հ.Ա., Հուսիկյան Լ.Դ.** Բջջային կապի համակարգի հավանականային մոդելի վերլուծությունը // ՀՃԱ ԼՐԱԲԵՐ. - 2009.- Հատոր 5, N4. - էջ 561-564:
5. **Тихонов Б.И., Миронов М.А.** Марковские процессы.- М.: Советское радио, 1977.- 488 с.
6. **Вентцель Е.С.** Теория вероятностей. – М.: Наука, 1962. – 564 с.

ՀՊՃՀ (ՊՈԼԻՏԵԽՆԻԿ): Նյութը ներկայացվել է խմբագրություն 12.05.2013:

Օ.Ա. ГОМЦЯН, О.Д. УСИКЯН

АНАЛИЗ КОЛИЧЕСТВА АБОНЕНТОВ И ЧИСЛА КАНАЛОВ СОТОВЫХ ЗОН ПОКРЫТИЯ СИСТЕМЫ МОБИЛЬНОЙ СВЯЗИ

С помощью математической модели определяются количество сотовых зон покрытия, коэффициент заполнения, среднее число и дисперсия каналов сотовых зон покрытия в системе в зависимости от параметров количества абонентов и числа каналов сотовых зон покрытия системы мобильной связи.

Ключевые слова: мобильная связь, сотовая зона покрытия, канал, плотность распределения, дисперсия.

H.A. GOMTSYAN, H.D. HUSIKYAN

ANALYZING THE QUANTITY OF CHANNELS AND THE NUMBER OF SUBSCRIBERS IN MOBILE CELLS OF A MOBILE COMMUNICATION SYSTEM

By means of a mathematical model, the number of subscribers and the quantity of channels in the cell areas, the filling coefficient, the average number and dispersion of channels in the cell areas in the system are determined depending on the parameters of the subscribers' number and the quantity of channels in the cell areas of mobile communication.

Keywords: mobile communication, cell area, channel, distribution density, dispersion.