

## МАШИНОСТРОЕНИЕ

В. С. ХОМЯКОВ

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕТОДОВ ПЛАНИРОВАНИЯ ЭКСПЕРИМЕНТА  
ДЛЯ ОПТИМИЗАЦИИ ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК  
СТАНКОВ

Для улучшения показателей динамического качества станка необходимо уменьшать радиус-вектор амплитудно-фазовой частотной характеристики (АФЧХ) его упругой системы (УС), особенно в областях, примыкающих к отрицательной вещественной оси [1]. В [2], на примере токарных станков, показано, что между максимальным значением отрицательной вещественной составляющей АФЧХ УС станка и резонансной амплитудой ( $A_p$ ) потенциально неустойчивой формы колебаний существует тесная корреляционная связь. Это позволяет выбрать  $A_p$  в качестве целевой функции при оптимизации динамической характеристики токарного станка, т. е. свести задачу к определению вектора-столбца  $X^*$  оптимальных параметров УС, которые бы минимизировали целевую функцию  $A_p$  в заданном рабочем диапазоне частот  $f_{\min} \leq f \leq f_{\max}$  при определенных значениях вектора  $Z$  постоянных контролируемых параметров УС и ограничениях:

$$A_p(X^0, Z) = \min A_p(X, Z); \quad X_{\min} \leq X \leq X_{\max}, \quad (1)$$

где  $X$  — вектор-столбец варьируемых параметром УС (факторов).

Особенность задачи состоит в отсутствии аналитического выражения для целевой функции  $A_p(X, Z)$ . Имеется лишь адекватная реальной УС математическая модель в виде системы дифференциальных уравнений. Результатом расчета на ЭВМ АФЧХ варианта этой модели, при определенных значениях ее параметров, является лишь одна точка поверхности функции  $A_p(X, Z)$ . В настоящее время при решении таких задач используют метод случайного поиска или его детерминированный аналог — ЛП-поиск [3], позволяющий осуществлять в заданном факторном пространстве более равномерный поиск оптимальных вариантов. Минимум целевой функции приходится разыскивать по результатам значительного количества последовательных вычислений  $A_p(X, Z)$  при различных значениях варьируемых параметров модели УС.

Сокращение времени поиска при небольшом числе факторов может быть достигнуто при использовании планирования эксперимента в сочетании с градиентным методом наискорейшего спуска [4].

Рассмотрим этот путь на примере оптимизации динамической характеристики шпиндельного узла токарно-винторезного станка модели 16К20. Известно, что динамическое качество токарных станков, особенно при обработке в патроне, определяется, в основном, параметрами шпиндельного узла [1]. Математической моделью УС шпиндельного узла, расчетная схема которого показана на рис. 1, является матричное дифференциальное уравнение [5]

$$Y_2 = T_2 Q_2 T_2 L_4 T_4 Q_1 T_1 L_0 (Y_0 + \psi_0), \quad (2)$$

где  $L_0$  и  $L_4$  — матрицы сосредоточенных грузов в 0-м и 4-м сечениях;

$T_1$ ,  $T_2$ ,  $T_3$  и  $T_4$  — матрицы участков шпинделя с распределенной массой;

$Q_1$  и  $Q_2$  — матрицы линейно-упругих опор с вязким демпфированием;

$\psi_0$  — вектор-столбец нагрузки в 0-м сечении;

$Y_0$  и  $Y_2$  — векторы-столбцы начальных параметров на концах шпинделя.

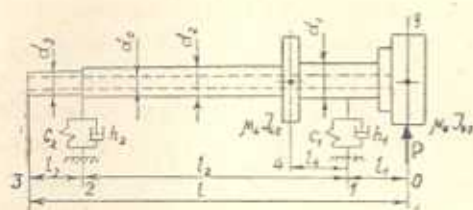


Рис. 1. Расчетная схема шпиндельного узла

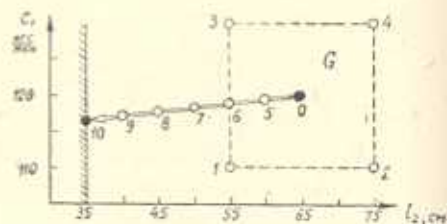


Рис. 2. Схема поиска минимума целевой функции  $A_0(X, Z)$ .

Непосредственно из уравнения (2) может быть получено выражение для передаточной функции ( $W$ ) системы шпинделя по воздействию со стороны процесса резания:

$$W = \frac{y_0}{P_0} = \frac{l^2}{EI} \cdot \frac{a_{22}a_{44} - a_{24}a_{42}}{a_{31}a_{42} - a_{41}a_{32}}, \quad (3)$$

где коэффициенты  $a$  являются функциями частоты  $\omega$  и массива  $D$  параметров шпиндельного узла. В расчете учитываются 17 параметров:

1) геометрические размеры  $l_1$ ,  $l_2$ ,  $l_3$ ,  $l_4$ ,  $l$ ,  $d_1$ ,  $d_2$ ,  $d_3$ ,  $d_4$ ;

2) массы  $m_0$ ,  $m_4$  и моменты инерции  $I_{02}$ ,  $I_{42}$  соответственно патрона и приводного зубчатого колеса;

3) коэффициенты жесткости  $c_1$ ,  $c_2$  и демпфирования  $h_1$ ,  $h_2$  опор шпинделя.

В качестве факторов выбраны два — межопорное расстояние  $l_2$  и жесткость  $c_1$  переднего подшипника. Они образуют двумерный вектор  $X$ . Остальные параметры являются элементами вектора  $Z$  постоянных параметров. Фиксированный набор числовых значений элементов векторов  $X$  и  $Z$  определяет один из возможных вариантов УС шпиндельного узла. Расчет АФЧХ производился в диапазоне частот  $f = 0 \div 600$  Гц.

Специальная подпрограмма расчета на ЭВМ позволяет, используя выражение (3), сформировать трехмерный массив МА, элементами которого являются резонансная частота  $f_p$  и амплитуда  $A_p$ , а также статическая характеристика  $k_{yc}$  данного варианта шпиндельного узла. Так как целевой функцией является  $A_p(X, Z)$ , то  $k_{yc}(X, Z)$  рассматривается как ограничение, которое можно сформулировать следующим образом: статическая характеристика оптимального варианта шпиндельного узла должна быть не хуже, чем у исходного варианта

$$k_{yc}(X^0, Z) \leq k_{yc}(X_0, Z). \quad (4)$$

Вводятся также ограничения на предельные значения факторов  $X$ , определяющие допустимую область факторного пространства:

$$1) \quad (2 + 2,5)l_1 \leq l_2 \leq 1,2l_{20}, \quad (5)$$

где  $l_{20}$  — исходное значение  $l_2$ ; уменьшение  $l_2$  ниже указанного предела нецелесообразно, так как влияние биения подшипников на радиальное биение переднего конца шпинделя становится чрезмерным;

$$2) \quad 0,8c_{10} \leq c_1 \leq 1,2c_{10}, \quad (6)$$

где  $c_{10}$  — исходное значение  $c_1$ ; такие пределы можно получить при регулировании зазора-натяга в подшипнике.

Вводится допущение о непрерывности и достаточной гладкости неизвестной целевой функции  $A_p(X, Z)$ . Приняв за начальную точку поиска (основной уровень) числовые значения параметров  $X_0$  и  $Z$  исходной конструкции (рис. 2), необходимо прежде всего найти вокруг этой точки локальную подобласть  $G$  для планирования эксперимента, т. е. выбрать интервалы варьирования факторов. Величину этих интервалов следует выбирать с учетом имеющихся априорных сведений о кривизне поверхности  $A_p(X, Z)$  и силе влияния факторов на  $A_p(X, Z)$ : чем меньше кривизна поверхности и слабее влияние фактора, тем большим для него может быть интервал варьирования. Так как обычно имеются достаточно общие сведения о кривизне поверхности  $A_p(X, Z)$ , то выбор интервалов варьирования формализации не поддается. Для рассматриваемого примера основной уровень и интервалы варьирования факторов приведены в табл. 1.

В выбранной малой локальной подобласти  $G$  неизвестную целевую функцию  $A_p(X, Z)$  можно представить в виде линейного полинома. Такая модель позволяет оценить роль каждого фактора и определить направление градиента целевой функции. Оценками являются коэффициенты  $b_i$  полинома. Изменяя факторы  $X$  пропорционально величинам этих коэффициентов, можно двигаться по градиенту в сторону минимума целевой функции.

Для получения линейной модели в подобласти  $G$  используется такой план факторного эксперимента, который имеет минимальное число точек  $N$ , лишь незначительно превышающее количество  $k$  факторов,

При  $k=2$  был выбран план ПФЭ  $N=2^2$  [4]. Матрица планирования  $X$  приведена в табл. 1. Реализация плана эксперимента на ЭВМ позволяет определить значения функции  $A_p(X, Z)$  в точках 1-4 (рис. 2) и сформировать вектор-столбец  $Y = [A_{p1} A_{p2} A_{p3} A_{p4}]^T$ .

Таблица 1  
Планирование эксперимента в подобласти  $G$  и движение по градиенту

Уровень	Факторы		В исходной точке:		
	$l_2, \text{см}$	$c_1, \text{кгс/мм}$			
Основной	65	120	$f_p = 197 \text{ Гц}$		
Интервал варьирования $I_1$	10	10	$A_p = 22,48 \text{ мм/кгс}$		
Верхний	75	130	$k_{yc} = 0,113 \text{ мм/кгс}$		
Нижний	55	110			
Точки плана	Кодированные значения факторов		Значения элементов массива МА		
	$\tilde{x}_1$	$\tilde{x}_2$	$f_p, \text{Гц}$	$A_p, \text{мм/кгс}$	$k_{yc}, \text{мм/кгс}$
1	-1	-1	219	12,71	0,099
2	+1	-1	177	34,27	0,130
3	-1	+1	220	13,91	0,096
4	+1	+1	177	38,51	0,128
Движение по градиенту	Факторы				
	$l_2, \text{см}$	$c_1, \text{кгс/мм}$			
$b_1 \times I_1$	115,4	13,6			
Шаг при $s_1 = 5 \text{ см}$	5	0,6			
Точки:					
5	60	119,4	298	18,03	0,105
6	55	118,8	220	11,37	0,098
7	50	118,2	231	9,02	0,090
8	45	117,6	244	6,69	0,084
9	40	117,0	256	4,86	0,078
10	35	116,4	266	3,56	0,073

Вектор-столбец коэффициентов полиномиальной модели можно определить, используя выражение [4]

$$B = (\tilde{X}^T \cdot \tilde{X})^{-1} \cdot \tilde{X}^T \cdot Y, \quad (7)$$

где  $\tilde{X}^T$  — транспонированная матрица планирования.

По результатам расчетов в точках 1÷4 получено линейное уравнение регрессии в кодированных переменных, являющееся моделью целевой функции внутри локальной подобласти  $G$ :

$$A_p = 24,85 + 11,54\tilde{x}_1 + 1,36\tilde{x}_2. \quad (8)$$

Задавшись допустимой погрешностью расчета  $\pm 10\%$  от начального уровня  $A_p(X_0, Z) = 22,48$  мкм/кгс и рассматривая ее как доверительный интервал, соответствующий 95% доверительной вероятности, можно найти дисперсию результатов расчета как [6]

$$s^2 = \frac{10 \cdot 22,5}{100 \cdot 2} = 1,1$$

с числом степеней свободы  $\nu = \infty$ .

Дисперсия адекватности модели (8)  $s_{\text{ад}}^2 = 2,32$  при  $\nu_{\text{ад}} = 1$ .

Линейное уравнение регрессии (8) адекватно:  $F = s_{\text{ад}}^2/s^2 = 2,1$  при табличном значении  $F_{0,05}(1, \infty) = 3,84$ .

Если модель (8) адекватна, можно начать движение по градиенту. Для шагового движения к минимуму целевой функции  $A_p(X, Z)$  факторы  $X$  следует изменять пропорционально  $b_i \times l_i$ . Однако, из практических соображений целесообразным считалось изменение на каждом шаге  $s_i$  главного фактора (в данном случае  $l_2$ ) на  $0,5l_i$ . По данным строки  $b_i \times l_i$  (табл. 1) легко определяются изменения второго фактора ( $c_1$ ), соответствующие изменению  $l_2$  на  $0,5 l_i = 5$  см.

Последовательным вычитанием (при минимизации  $A_p$ ) из основного уровня единичных шагов  $s_i$  получаем координаты точек 5÷10. Расчет массива МА в каждой из точек показывает, что при движении по градиенту функция  $A_p(X, Z)$  постепенно уменьшается. Однако в данном случае минимум целевой функции лежит за пределами допустимой области факторного пространства. В точке 10 ( $l_2 = 35$  см,  $c_1 = 116,4$  кгс/мкм) достигнута нижняя граница изменения фактора  $l_2$  и дальнейшее движение по градиенту невозможно. Несмотря на это, получены хорошие результаты:  $A_p(X_{10}, Z)$  в 6,3 раза меньше начального значения  $A_p(X_0, Z)$  при одновременном улучшении статической характеристики  $k_{yc}$  в 1,55 раза. Для сравнения на рис. 3 показаны АФЧХ УС шпиндельного узла в точках 0 и 10.

Вся процедура оптимизации динамической характеристики выполняется на ЭВМ по программе АРГОН, блок-схема которой показана на рис. 4.

Модель (8) проверялась на адекватность в подобласти  $G$ . Поэтому движение по градиенту за пределами  $G$ , но внутри допустимой области факторного пространства, продолжается до тех пор, пока наблюдается последовательное (от точки  $k-1$  к точке  $k$ ) систематическое улучшение значений целевой функции. Блок коррекции шагов программы АРГОН реализует при этом следующий алгоритм изменения шага:

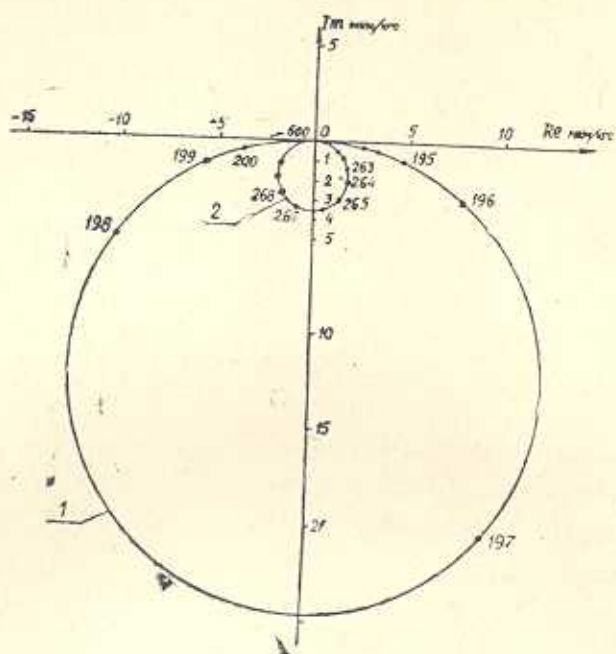


Рис. 3. АФЧХ шпиндельного узла токарного станка;  
1 — до оптимизации; 2 — после оптимизации.

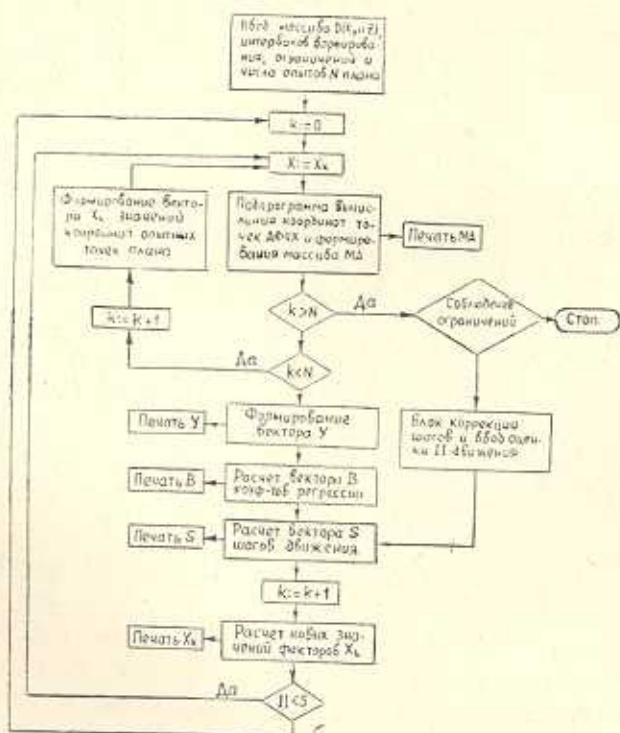


Рис. 4. Блок-схема алгоритма оптимизации.

$$s_{k+1} = \begin{cases} s_k & \text{при } A_p(X_k, Z) \leq A_p(X_{k-1}, Z), \\ \frac{s_k}{2} & \text{при } A_p(X_k, Z) > A_p(X_{k-1}, Z). \end{cases} \quad (9)$$

В результате при подходе к минимуму на направлении градиента последний захватывается «в вилку», шаги движения по градиенту постепенно уменьшаются и движение прекращается, когда  $s_k$  станет меньше заданной величины  $\epsilon$ .

Программой АРГОН предусмотрена также оценка  $II$  движения по градиенту. Обычно  $II < 5$ . Если при проходе очередной точки оператор вводит  $II = 5$ , эта точка принимается за нулевую, в ее окрестности реализуется факторный эксперимент и определяется новое, уточненное направление градиента.

На основе приведенной блок-схемы алгоритма оптимизации легко разработать машинные программы для решения аналогичных оптимизационных задач в динамике станков с использованием различных планов полного или дробного факторного эксперимента.

Поступило 24.IV.1977.

Վ. Ս. ԿՈՄՏԱԿՈՎ

ԷՔՍՊԵՐԻՄԵՆՏՆԵՐԻ ՊԼԱՆԱՎՈՐՄԱՆ ՄԵԹՈԴՆԵՐԻ  
ՕԳՏԱԳՈՐԾՈՒՄԸ ՀԱՍՏՈՑՆԵՐԻ ԳԻՆԱՄԻՎԱԿԱՆ ԲՆՈՒԹԱԳՐԵՐՆ  
ՕՊՏԻՄԱԿՏՆԵԼՈՒ ՀԱՄԱՐ

Ա մ ֆ ո ֆ ո լ մ

Գինամիկական բնութագրերի օպտիմալացման համար էքսպերիմենտների պլանավորման մեթոդների կիրառումը ցույց է տված խառատային հաստոցի իլային հանգույցի օրինակի վրա: Մինիմիզացված է իլի տատանումների հիմնական ձևի սեղոնանսային ամպլիտուդը՝ տրված սահմանափակումների դեպքում: Որպես գործոններ են ընտրված միջհենարանային հեռավորությունը և իլի առջևի հենարանի կոշտությունը: Իլային հանգույցի կլակետային պարամետրներին համապատասխանող կետի շուրջը էՀՄ-ի վրա կատարված գործոնային էքսպերիմենտը թույլ է տալիս ըստ զրադիենտի շարժման դեպքում սեղոնանսային ամպլիտուդը փոքրացնել 6,3 անգամ՝ միաժամանակ լավացնելով հանգույցի տատակակալան բնութագրերը: Օպտիմալացման ողջ ընթացակարգը կատարվում է էՀՄ-ի վրա ըստ ծրագրի, որի ընդ-սխեման բերված է հոդվածում:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Куданов В. А. Динамика станков. М., «Машиностроение», 1967.
2. Шибанов Е. Н. Исследование показателей динамического качества токарных станков методом физического моделирования. Кандидатская диссертация. М., Станкин, 1976.

3. *Соболь И. М., Статников Р. Б.* ЛП-поиск и задачи оптимального проектирования. В сб. «Проблемы случайного поиска», № 1, Рига, «Зинатне», 1972.
4. *Налимов В. В., Чернова Н. А.* Статистические методы планирования экстремальных экспериментов. М., «Наука», 1965.
5. *Хомяков В. С., Минасян А. Н.* Расчет динамических характеристик шпиндельных узлов станков. «Станки и инструмент», № 3, 1976.
6. *Ивоботенко Б. А., Ильинский Н. Ф., Копылов И. П.* Планирование эксперимента в электротехнике. М., «Энергия», 1975.