ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

Տեխնիկական գիտութ. սերիա XXXIV, № 6, 1981 Серия технических наук

ЭЛЕКТРОТЕХНИКА

Ж. М. МИРЗАБЕКЯН, Р. А. АЛИХАНЯН

АНАЛИТИЧЕСКИЙ МЕТОД РАСЧЕТА ЕМКОСТИ СИММЕТРИЧНЫХ ПЯТИЧЕТВЕРОЧНЫХ КАБЕЛЕЙ СВЯЗИ

В настоящее время для осуществления надежной и высококачественной передачи информации, а также повышения эффекта применения многоканальных систем на соединительных линиях городских телефонных сетей применяются кабели четверочные пучковой скрутки (5×4), экранированные (металлическим экраном) или неэкранированные.

Исследования показывают, что расчетные величины рабочей емкости таких кабелей резко отличаются от результатов экспериментов. Это отличие результат того, что диэлектрик окружающей среды принимается однородным, ему присваивается некоторое эквивалентное значение диэлектрической проницаемости ε и не учитывается влияние соседних изолированных проводников.

В настоящей работе эта задача решается методом последовательных приближений с использованием некоторых положений [1] и выдаются конечные формулы для использования в инженерных расчетах потенциалов и емкости пятичетверочных симметричных кабелей.

Поперечное сечение пятичетверочного экранированного кабеля пучковой скрутки представлено на рис., где для одной четверки показаны рассматриваемые области изоляции D_k с диэлектрической проницаемостью ε_1; границы переходов от проводника в изоляции γ_k и Γ_k ($k = 1, 2, 3, 4$) и область D_0 между изолированными проводниками и экраном Γ_0 с диэлектрической проницаемостью ε_2. Изменения потенциала в остальных четверках достигается путем поворота рассматриваемой четверки на угол $0.4\pi m$ ($m = 1, 2, 3, 4$). Потенциалы электрического поля в областях D_k обозначены через $U_k(x, y)$ ($k = 0, 1, 2, 3, 4$). Они являются решением следующей задачи — в областях D_k найти гармонические функции $U_k(x, y)$, удовлетворяющие граничным условиям:

$$u_1|_{\gamma_1} = c; \quad u_2|_{\gamma_2} = -c; \quad u_3|_{\gamma_3} = -c; \quad u_4|_{\gamma_4} = c; \tag{1}$$

$$U_k = U_0 \text{ на } \Gamma_k, \quad k = 1, 2, 3, 4; \tag{2}$$

$$\varepsilon_1 \frac{\partial U_k}{\partial n} = \varepsilon_2 \frac{\partial U_0}{\partial n} \quad \text{на } \Gamma_k, \quad k = 1, 2, 3, 4; \tag{3}$$

$$U_0 = 0 \quad \text{на } \Gamma_0. \tag{4}$$

Решение этой задачи ищем в виде:

$$U_1(z) = \mathrm{Re}\left[\varphi\left(\frac{z-a}{R} - \varphi\left(\frac{r_0 r}{z-a}\right)\right)\right] + c_1 \ln \frac{|z-a|}{r} + c; \quad (5)$$

$$U_2(z) = \mathrm{Re}\left[\varphi\left(\frac{z-b}{R}\right) - \Psi\left(\frac{r_0 r}{z-b}\right)\right] + c_2 \ln \frac{|z-b|}{r} + c; \quad (6)$$

$$U_3(x, y) = U_1(-x, y); \qquad U_4(x, y) = U_1(-x, y);$$

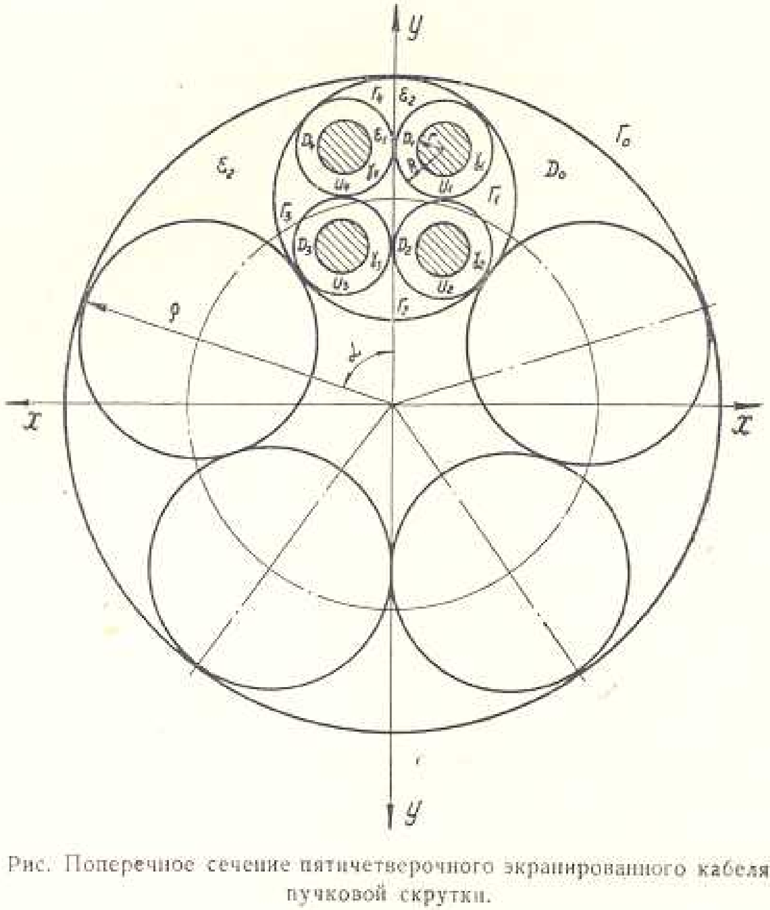

Рис. Поперечное сечение пятичетверочного экранированного кабеля пучковой скрутки.

$$U_0(z) = \sum_{k=0}^{4} \mathrm{Re}\left[g\left(\frac{R}{\overline{\omega}_к z - a}\right) + g\left(-\frac{R}{\overline{\omega}_к z + \overline{a}}\right) + h\left(\frac{R}{\overline{\omega}_к z - b}\right) + \right.$$

$$+ h\left(-\frac{R}{\overline{\omega}_к z + \overline{b}}\right) + c_3 \ln |\overline{\omega}_к z - a|\,|\overline{\omega}_к z + \overline{a}| +$$

$$\left. + c_4 \ln |\overline{\omega}_к z - b|\,|\overline{\omega}_к z + \overline{b}|\right] + \mathrm{Re}\,\eta\left(\frac{z}{\rho}\right) + c_5, \quad (7)$$

где $r_0 = \frac{r}{R}$; $z = x + iy$ (i — мнимая единица); $\overline{a}$ и $\overline{b}$ — комплексное сопряжение a и b; c_1, c_2, c_3, c_4, c_5 — действительные постоянные $\varphi(z)$, $\Psi(z)$, $g(z)$, $h(z)$, $\eta(z)$ — аналитические функции в единичном круге $|z|<1$, коэффициенты ряда Тейлора которых в окрестности точки $z=0$ действительны и

$$\varphi(0)=\Psi(0)=g(0)=h(0)=\eta(0)=0;$$

$$a=R+iR\left(1+\frac{1+\sqrt{2}}{\sin\alpha}\right);\quad b=a-2Ri; \tag{8}$$

$$\omega_\kappa=e^{i\alpha\kappa};\qquad \rho=R\left(\frac{1+\sqrt{2}}{\sin\frac{\alpha}{2}}+1+\sqrt{2}\right);\quad \alpha=0{,}4\pi.$$

Подставляя (5)—(7) в граничные условия (2), (3) и учитывая условия (8) при к = 1, 2, получим следующие уравнения в круге $|z|<1$:

$$\varphi(z)-\varphi(r_0^2z)-c_1\ln r_0+c=g(z)+\sum_{\kappa=1}^{4}G\left(\frac{\omega_\kappa}{z+\lambda_{1\kappa}}\right)+$$
$$+\sum_{\kappa=0}^{4}\left[g\left(-\frac{\omega_\kappa}{z+\lambda_{2\kappa}}\right)+h\left(\frac{\omega_\kappa}{z+\lambda_{3\kappa}}\right)+h\left(-\frac{\omega_\kappa}{z+\lambda_{4\kappa}}\right)\right]+$$
$$+\eta\left(\frac{Rz+a}{\rho}\right)+10(c_3+c_4)\ln R+c_3\ln(z+\lambda_{20})+$$
$$+c_3\sum_{\kappa=1}^{4}\ln(z+\lambda_{1\kappa})(z+\lambda_{2\kappa})+c_4\sum_{\kappa=0}^{4}\ln(z+\lambda_{3\kappa})(z+\lambda_{4\kappa})+c_5; \tag{9}$$

$$\varepsilon[\varphi'(z)+\varphi'(r_0^2z)r_0^2]=-g'(z)-\sum_{\kappa=1}^{4}g'\left(\frac{\omega_\kappa}{z+\lambda_{1\kappa}}\right)\frac{\omega_\kappa}{(z+\lambda_{1\kappa})^2}+$$
$$+\sum_{\kappa=0}^{4}\left[g'\left(-\frac{\omega_\kappa}{z+\lambda_{2\kappa}}\right)\frac{\omega_\kappa}{(z+\lambda_{2\kappa})^2}-h'\left(\frac{\omega_\kappa}{z+\lambda_{3\kappa}}\right)\frac{\omega_\kappa}{(z+\lambda_{3\kappa})^2}+\right.$$
$$\left.+h'\left(-\frac{\omega_\kappa}{z+\lambda_{4\kappa}}\right)\frac{\omega_\kappa}{(z+\lambda_{4\kappa})^2}+\frac{c_4}{z+\lambda_{3\kappa}}+\frac{c_4}{z+\lambda_{4\kappa}}+\frac{c_3}{z+\lambda_{2\kappa}}\right]+$$
$$+c_3\sum_{\kappa=1}^{4}\frac{1}{z+\lambda_{1\kappa}}+\eta'\left(\frac{Rz+a}{\rho}\right)\frac{R}{\rho}; \tag{10}$$

$$\varepsilon c_1=c_3; \tag{11}$$

$$\Psi(z)-\Psi(r_0^2z)-c_2\ln r_0-c=h(z)+\sum_{\kappa=1}^{4}h\left(\frac{\omega_\kappa}{z+\mu_{1\kappa}}\right)+$$
$$+\sum_{\kappa=0}^{4}\left[h\left(-\frac{\omega_\kappa}{z+\mu_{2\kappa}}\right)+g\left(\frac{\omega_\kappa}{z+\mu_{3\kappa}}\right)+g\left(-\frac{\omega_\kappa}{z+\mu_{4\kappa}}\right)\right]+$$
$$+\eta\left(\frac{Rz+b}{\rho}\right)+10(c_3+c_4)\ln R+c_3\sum_{\kappa=0}^{4}\ln(z+\mu_{3\kappa})(z+\mu_{4\kappa})+$$
$$+c_4\sum_{\kappa=1}^{4}\ln(z+\mu_{1\kappa})(z+\mu_{2\kappa})+c_4\ln(z+\mu_{20})+c_5; \tag{12}$$

$$\varepsilon\,[\Psi'(z)+\Psi'(r_0^2 z)\,r_0^2] = -h'(z) - \sum_{\kappa=1}^{4} h'\left(\frac{\omega_\kappa}{z+\mu_{1\kappa}}\right)\frac{\omega_\kappa}{(z+\mu_{1\kappa})^2} +$$

$$+\sum_{\kappa=0}^{4}\left[h'\left(-\frac{\omega_\kappa}{z+\mu_{2\kappa}}\right)\frac{\omega_\kappa}{(z+\mu_{2\kappa})^2} - g'\left(\frac{\omega_\kappa}{z+\mu_{3\kappa}}\right)\frac{\omega_\kappa}{(z+\mu_{3\kappa})^2} +\right.$$

$$\left.+ g'\left(-\frac{\omega_\kappa}{z+\mu_{4\kappa}}\right)\frac{\omega_\kappa}{(z+\mu_{4\kappa})^2} + \frac{c_3}{z+\mu_{3\kappa}} + \frac{c_3}{z+\mu_{2\kappa}} + \frac{c_4}{z+\mu_{4\kappa}}\right] +$$

$$+ c_4\sum_{\kappa=1}^{4}\frac{1}{z+\mu_{1\kappa}} + \eta'\left(\frac{Rz+b}{\rho}\right)\frac{R}{\rho}; \tag{13}$$

$$\varepsilon c_2 = c_4, \tag{14}$$

где

$$\lambda_{1\kappa} = \frac{a - a\omega_\kappa}{R}; \qquad \lambda_{2\kappa} = \frac{a+\bar{a}\omega_\kappa}{R}; \qquad \lambda_{3\kappa} = \frac{a - b\omega_\kappa}{R};$$

$$\lambda_{4\kappa} = \frac{a+\bar{b}\omega_\kappa}{R}; \qquad \mu_{1\kappa} = \frac{b - b\omega_\kappa}{R}; \qquad \mu_{2\kappa} = \frac{b+\bar{b}\omega_\kappa}{R};$$

$$\mu_{3\kappa} = \frac{b + a\omega_\kappa}{R}; \qquad \mu_{4\kappa} = \frac{b+\bar{a}\omega_\kappa}{R}.$$

Из условий (4) имеем:

$$\sum_{\kappa=0}^{4}\left[g\left(\frac{Rz}{\omega_\kappa\rho - \bar{a}z}\right) + g\left(-\frac{Rz}{\omega_\kappa\rho + az}\right) + h\left(\frac{Rz}{\omega_\kappa\rho - \bar{b}z}\right) +\right.$$

$$\left.+ h\left(-\frac{Rz}{\omega_\kappa\rho + bz}\right)\right] + \eta(z) + c_3\sum_{\kappa=0}^{4}\ln\left(\omega_\kappa\rho - \bar{a}z\right)(\omega_\kappa\rho + az) +$$

$$+ c_4\sum_{\kappa=0}^{4}\ln(\omega_\kappa\rho - \bar{b}z)(\omega_\kappa\rho + bz) + c_5 = 0. \tag{15}$$

Продифференцировав (9), (12) и (15) по z и решая совместно с (10) и (13), получим:

$$\varphi'(z) = \frac{1}{\varepsilon+1}\left\{(1-\varepsilon)\,r_0^2\,\varphi'(r_0^2 z) - 2\sum_{\kappa=1}^{4} g'\left(\frac{\omega_\kappa}{z+\lambda_{1\kappa}}\right)\frac{\omega_\kappa}{(z+\lambda_{1\kappa})^2} +\right.$$

$$+ 2\sum_{\kappa=0}^{4}\left[g'\left(-\frac{\omega_\kappa}{z+\lambda_{2\kappa}}\right)\frac{\omega_\kappa}{(z+\lambda_{2\kappa})^2} - h'\left(\frac{\omega_\kappa}{z+\lambda_{3\kappa}}\right)\frac{\omega_\kappa}{(z+\lambda_{3\kappa})^2} +\right.$$

$$\left.+ h'\left(-\frac{\omega_\kappa}{z+\lambda_{4\kappa}}\right)\frac{\omega_\kappa}{(z+\lambda_{4\kappa})^2}\right] + 2\eta'\left(\frac{Rz+a}{\rho}\right)\frac{R}{\rho} +$$

$$+ 2c_4\sum_{\kappa=0}^{4}\left(\frac{1}{z+\lambda_{3\kappa}} + \frac{1}{z+\lambda_{4\kappa}}\right) + 2c_3\sum_{\kappa=1}^{4}\left(\frac{1}{z+\lambda_{1\kappa}} +\right.$$

$$\left.\left.+\frac{1}{z+\lambda_{2\kappa}}\right) + 2c_3\,\frac{1}{z+\lambda_{20}}\right\};$$

$$g'(z)=\frac{1}{1+\varepsilon}-2\varepsilon r_0^2\varphi'(r_0^2 z)+(\varepsilon-1)\sum_{\kappa=1}^{4} g'\left(\frac{\omega_\kappa}{z+\lambda_{1\kappa}}\right)\frac{\omega_\kappa}{(z+\lambda_{1\kappa})^2}+$$

$$+(1-\varepsilon)\sum_{\kappa=0}^{4}\left[g'\left(-\frac{\omega_\kappa}{z+\lambda_{2\kappa}}\right)\frac{\omega_\kappa}{(z+\lambda_{2\kappa})^2}-h'\left(\frac{\omega_\kappa}{z+\lambda_{3\kappa}}\right)\frac{\omega_\kappa}{(z+\lambda_{3\kappa})^2}+\right.$$

$$\left.+h'\left(-\frac{\omega_\kappa}{z+\lambda_{4\kappa}}\right)\frac{\omega_\kappa}{(z+\lambda_{4\kappa})^2}\right]+(1-\varepsilon)\,\eta'\left(\frac{Rz+a}{\rho}\right)\frac{R}{\rho}+$$

$$+(1-\varepsilon)\,c_4\sum_{\kappa=0}^{4}\left(\frac{1}{z+\lambda_{3\kappa}}\cdot\frac{1}{z+\lambda_{4\kappa}}\right)+$$

$$+(1-\varepsilon)\,c_3\sum_{\kappa=1}^{4}\left(\frac{1}{z+\lambda_{1\kappa}}+\frac{1}{z+\lambda_{2\kappa}}\right)+c_3\frac{(1-\varepsilon)}{z+\lambda_{20}};$$

$$\Psi'(z)=\frac{1}{1+\varepsilon}\left\{(1-\varepsilon)\,r_0^2\Psi'(r_0^2 z)-2\sum_{\kappa=1}^{4}h'\left(\frac{\omega_\kappa}{z+\mu_{1\kappa}}\right)\frac{\omega_\kappa}{(z+\mu_{1\kappa})^2}+\right.$$

$$+2\sum_{\kappa=0}^{4}\left[-g'\left(\frac{\omega_\kappa}{z+\mu_{3\kappa}}\right)\frac{\omega_\kappa}{(z+\mu_{3\kappa})^2}\right]+g'\left(-\frac{\omega_\kappa}{z+\mu_{4\kappa}}\right)\frac{\omega_\kappa}{(z+\mu_{4\kappa})^2}+$$

$$+h'\left(-\frac{\omega_\kappa}{z+\mu_{2\kappa}}\right)\frac{\omega_\kappa}{(z+\mu_{2\kappa})^2}\bigg]+2\eta'\left(\frac{Rz+b}{\rho}\right)\frac{R}{\rho}+c_3\sum_{\kappa=0}^{4}\left(\frac{1}{z+\mu_{3\kappa}}+\right.$$

$$\left.\left.+\frac{1}{z+\mu_{4\kappa}}\right)+2c_4\sum_{\kappa=1}^{4}\left(\frac{1}{z+\mu_{1\kappa}}+\frac{1}{z+\mu_{2\kappa}}\right)+\frac{2c_4}{z+\mu_{20}}\right\};$$

$$h'(z)=\frac{1}{1+\varepsilon}\left\{-2\varepsilon r_0^2\Psi'(r_0^2 z)+(\varepsilon-1)\sum_{\kappa=1}^{4}h'\left(\frac{\omega_\kappa}{z+\mu_{4\kappa}}\right)\frac{\omega_\kappa}{(z+\mu_{1\kappa})^2}+\right.$$

$$+(1-\varepsilon)\sum_{\kappa=0}^{4}\left[-g'\left(\frac{\omega_\kappa}{z+\mu_{3\kappa}}\right)\frac{\omega_\kappa}{(z+\mu_{3\kappa})^2}+g'\left(-\frac{\omega_\kappa}{z+\mu_{4\kappa}}\right)\frac{\omega_\kappa}{(z+\mu_{4\kappa})^2}+\right.$$

$$\left.+h'\left(-\frac{\omega_\kappa}{z+\mu_{2\kappa}}\right)\frac{\omega_\kappa}{(z+\mu_{2\kappa})^2}\right]+(1-\varepsilon)\,\eta'\left(\frac{Rz+b}{\rho}\right)\frac{R}{\rho}+$$

$$+(1-\varepsilon)\,c_3\sum_{\kappa=0}^{4}\left(\frac{1}{z+\mu_{3\kappa}}+\frac{1}{z+\mu_{4\kappa}}\right)+$$

$$+(1-\varepsilon)\,c_4\sum_{\kappa=1}^{4}\left(\frac{1}{z+\mu_{1\kappa}}+\frac{1}{z+\mu_{2\kappa}}\right)+\frac{c_4(1-\varepsilon)}{z+\mu_{20}};$$

$$\eta'(z)=\sum_{\kappa=0}^{4}\left[-g'\left(\frac{Rz}{\omega_\kappa\rho-\bar{a}z}\right)\frac{R\omega_\kappa\rho}{(\omega_\kappa\rho-\bar{a}z)^2}+g'\left(-\frac{Rz}{\omega_\kappa\rho+az}\right)\times\right.$$

$$\times\frac{R\omega_\kappa\rho}{(\omega_\kappa\rho+az)^2}-h'\left(\frac{Rz}{\omega_\kappa\rho-\bar{b}z}\right)\frac{R\omega_\kappa\rho}{(\omega_\kappa\rho-\bar{b}z)^2}+$$

$$\left.+h'\left(-\frac{Rz}{\omega_\kappa\rho+bz}\right)\frac{R\omega_\kappa\rho}{(\omega_\kappa\rho+bz)^2}\right]-c_3\sum_{\kappa=0}^{4}\left(\frac{-\bar{a}}{\omega_\kappa\rho-\bar{a}z}+\frac{a}{\omega_\kappa\rho+az}\right)-$$

$$-c_4\sum_{\kappa=0}^{4}\left(-\frac{\bar{b}}{\omega_\kappa\rho-\bar{b}z}+\frac{b}{\omega_\kappa\rho+bz}\right).\qquad(16)$$

Из уравнений (9), (12) и (15) при $z = 0$ с учетом условий (8) и равенств (11) и (14) получаем следующую систему уравнений для определения неизвестных коэффициентов $c_к$:

$$\begin{cases} \varepsilon c_1 = c_3; \\ \varepsilon c_2 = c_4; \\ -c_1 \ln r_0 + c = p + 10(c_3 + c_4)\ln R + c_3 \sum_{к=1}^{4} \ln|\lambda_{1к}\lambda_{2к}| + \\ \qquad + c_3 \ln|\lambda_{20}| + c_4 \sum_{к=0}^{4} \ln|\lambda_{3к}\lambda_{4к}| + c_5; \\ -c_2 \ln r_0 + c = q + 10(c_3 + c_4)\ln R + c_3 \sum_{к=0}^{4} \ln|\mu_{3к}\mu_{4к}| + \\ \qquad + c_4 \ln|\mu_{20}| + c_4 \sum_{к=1}^{4} \ln|\mu_{2к}\mu_{1к}| + c_5; \\ 10(c_3 + c_4)\ln\rho + c_5 = 0, \end{cases} \tag{17}$$

где

$$p = \mathrm{Re}\sum_{к=1}^{4} g\left(\frac{\omega_к}{\lambda_{1к}}\right) + \mathrm{Re}\sum_{к=0}^{4}\left[g\left(-\frac{\omega_к}{\mu_{3к}}\right) + h\left(\frac{\omega_к}{\lambda_{3к}}\right) + \right.$$
$$\left. + h\left(-\frac{\omega_к}{\lambda_{4к}}\right)\right] + \mathrm{Re}\,\eta\left(\frac{a}{\rho}\right); \tag{18}$$

$$q = \mathrm{Re}\sum_{к=1}^{4} h\left(\frac{\omega_к}{\mu_{1к}}\right) + \mathrm{Re}\sum_{к=0}^{4}\left[g\left(\frac{\omega_к}{\mu_{3к}}\right) + g\left(-\frac{\omega_к}{\mu_{4к}}\right) + \right.$$
$$\left. + h\left(-\frac{\omega_к}{\mu_{2к}}\right)\right] + \mathrm{Re}\,\eta\left(\frac{b}{\rho}\right). \tag{19}$$

Система (16), (17) решается методом последовательных приближений.

Определяя емкость цепи формулой:

$$C = \frac{\varepsilon_1}{2c}\int_{\Gamma_1} \frac{\partial u_1}{\partial n}\, dS,$$

находим, что

$$C = \pi\varepsilon_1 c_1. \tag{20}$$

Подставляя соответствующие приближения c_1 в (20), получим емкость экранированной кабельной цепи пучковой скрутки.

Экспериментально определена емкость образцов симметричных кабелей пучковой скрутки с различными соотношениями изолированных жил и сопоставлена с расчетными данными. Расхождение результатов расчета по (20) и полученным экспериментально составляет не более 7%.

ЕрПИ им. К. Маркса

Поступило 3. XI. 1980

Ժ. Մ. ՄԻՐԶԱԲԵԿՅԱՆ, Ռ. Ա. ԱԼԻԽԱՆՅԱՆ

ՓՆՋԱՅԻՆ ՈԼՈՐՈՒՄՈՎ ՔԱՌԱՁԻԳ ԿԱԲԵԼԱՅԻՆ ՇՂԹԱՆԵՐԻ ՈՒՆԱԿՈՒԹՅԱՆ ՀԱՇՎԱՐԿՄԱՆ ՎԵՐԼՈՒԾԱԿԱՆ ՄԵԹՈԴ

Ամփոփում

Հետազոտությունները ցույց են տալիս, որ փնջային ոլորումով քառաջիղ կաբելների բանվորական ունակությունների որոշման համար գրականության մեջ բերված տեսական, մոտավոր կամ էմպիրիկ բանաձևերով կատարված հաշվարկների տվյալները խիստ տարբերվում են փորձնական արդյունքներից։

Հոդվածում տրված են փնջային ոլորումով քառաջիղ կապի կաբելների պոտենցիալների և ունակությունների որոշման վերլուծական մեթոդ։ Առաջարկվում է խնդիրը լուծել պոտենցիալների տեսության հիման վրա՝ վերլուծական ֆունկցիաների հաջորդաբար մոտեցման եղանակով, որտեղ բանվորական ունակության բանաձևը գրվում է ակնհայտ ձևով, իսկ հաշվարկային և փորձնական տվյալների տարբերությունը աննշան է։

ЛИТЕРАТУРА

1. *Мирзабекян Ж. М., Алиханян Р. А.* Расчет рабочей емкости симметричных кабельных цепей звездной скрутки. «Электричество», 1981, № 3, с. 72—74.