

## ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА

Л. А. ГРИГОРЯН, Г. И. МАРКАРОВ

## ВЕРОЯТНОСТНЫЙ АНАЛИЗ ДИНАМИЧЕСКОГО ПЕРЕРАСПРЕДЕЛЕНИЯ ИНФОРМАЦИИ В ЗАПОМИНАЮЩИХ УСТРОЙСТВАХ НА ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ МАГНИТНЫХ ДОМЕНАХ

Запоминающие устройства (ЗУ) на цилиндрических магнитных доменах (ЦМД) являются новым классом устройств памяти ЦВМ и призваны прежде всего заменить электромеханические внешние накопители информации большого объема [1]. Для обеспечения конкурентоспособности ЗУ на ЦМД наряду с увеличением информационной емкости необходимо сохранение на нынешнем уровне или даже улучшение их быстродействия. Однако увеличение емкости ЦМД-микросхем с целью обеспечения повышения емкости ЗУ на ЦМД при неизменной информационной структуре приводит к увеличению среднего времени поиска информации [1, 2].

Одним из эффективных структурно-алгоритмических методов уменьшения среднего времени поиска информации является динамическое перераспределение в ЗУ на ЦМД [2, 3]. Накопитель ЗУ на ЦМД представляет собой набор последовательно замкнутых сдвиговых регистров и поиск информации в нем производится последовательным сдвигом к первому адресу, через который производится считывание и запись информации при обращении. При этом идея динамического перераспределения информации в ЗУ на ЦМД состоит в том, что выбранный информационный блок переводится при каждом обращении в первый адрес, а остальные блоки, которые располагались ближе к первому адресу, последовательно удаляются на один адрес, как показано на рисунке [3]. Такое перераспределение информации в конечном счете приводит к тому, что информационные блоки, к которым чаще производится обращение, располагаются ближе к первому адресу. В этой связи динамическое перераспределение должно приводить к уменьшению среднего времени поиска информации. Однако в известных публикациях авторы ограничиваются описанием технического существа данного метода и элементов, позволяющих выполнять динамическое перераспределение информации в ЗУ на ЦМД, и некоторыми качественными суждениями по поводу эффективности [3, 4]. Вместе с тем остается открытым вопрос о количественной оценке степени повышения быстродействия ЗУ

на ЦМД за счет динамического перераспределения информации для обоснованного выбора сферы применения данного метода.

В этой связи целью данной статьи является вывод на основе вероятностного анализа аналитического выражения, определяющего среднее время поиска информации в ЗУ на ЦМД с динамическим перераспределением.

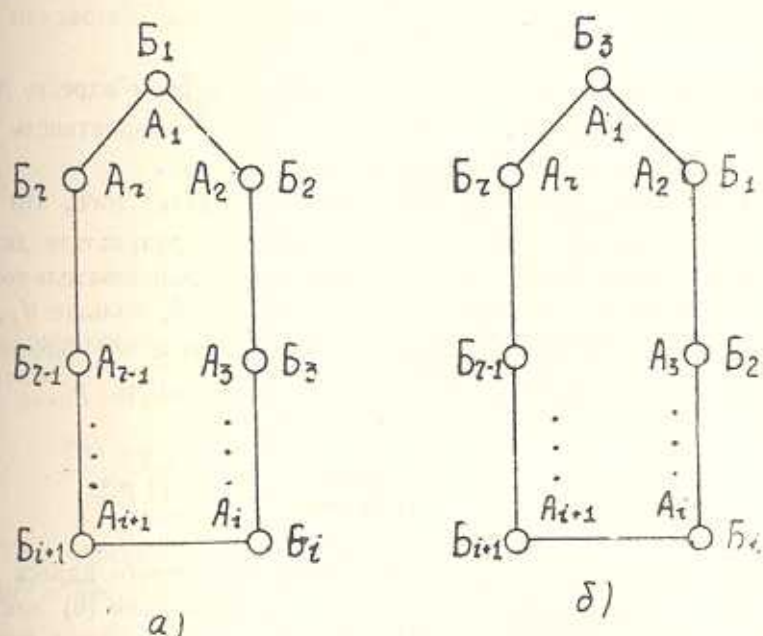


Рис. 1. Размещение информационных блоков ( $B_1 + B_2$ ) по адресам ( $A_1 + A_2$ ) накопительного регистра до (а) и после (б) обращения к блоку  $B_3$  с динамическим перераспределением.

Среднее время поиска информации в ЗУ на ЦМД без перераспределения информации определяется как [5]

$$T_{\text{в}} = \sum_{i=1}^r p_i T_{\text{в}i}, \quad (1)$$

где  $p_i$  — вероятность обращения к  $i$ -му блоку;  $T_{\text{в}i}$  — время поиска  $i$ -го блока, которое в случае однонаправленного продвижения информации и хранения  $i$ -го блока в  $j$ -ом адресе равно:

$$T_{\text{в}i} = jt, \quad (2)$$

$r$  — емкость накопительного регистра;  $t$  — время сдвига информации между соседними адресами.

В случае динамического перераспределения величина  $T_{\text{в}}$  может быть определена как

$$T_{\text{в}} = \sum_{i=1}^r p_i d_i t, \quad (3)$$

где  $d_i$  — среднее расстояние  $i$ -го блока от первого адреса, которое при однонаправленном продвижении информации определяется:

$$d_i = \sum_{n=1}^r n p_{i(n)}. \quad (4)$$

$p_{i(n)}$  — вероятность размещения  $i$ -го блока в  $n$ -ом адресе;

$$p_{i(n)} = p_{i(1)} \cdot p_{i(1 \rightarrow n)}, \quad (5)$$

$p_{i(1)}$  — вероятность размещения  $i$ -го блока в первом адресе, равная вероятности обращения к  $i$ -му блоку  $p_i$ ;  $p_{i(1 \rightarrow n)}$  — вероятность перехода  $i$ -го блока из первого адреса в  $n$ -й.

Вероятность  $p_{i(1 \rightarrow n)}$  можно определить, исходя из того, что блок, находящийся в первом адресе, может перейти в результате динамического перераспределения в  $n$ -й адрес при последовательной выборке  $n-1$  блоков, отличных от  $i$ -го и имеющих больше  $d_j$ , чем  $d_i$  при каждом обращении. Если в качестве таких  $n-1$  блоков выступают блоки с номерами  $i_1, i_2, \dots, i_{n-1}$ , вероятность  $p_{i(1 \rightarrow n)}$  определяется:

$$p_{i(1 \rightarrow n)}(i_1, i_2, \dots, i_{n-1}) = \sum_{i_1=1}^r \sum_{i_2=1}^r \dots \sum_{\substack{j_{n-1}=1 \\ j_{n-1} \neq i}}^r \prod_{k=1}^{n-1} p_{i_k}^{j_k}. \quad (6)$$

Полная вероятность перехода  $i$ -го блока из первого адреса в  $n$ -й равна сумме вероятностей, определяемых выражением (6) для всех упорядоченных  $n-1$  блоков из  $r-1$ :

$$p_{i(1 \rightarrow n)} = p_{i(n-1|r-1)} = \sum_{\substack{i_1=1 \\ i_1 \neq i}}^{r-n-1} \sum_{\substack{i_2=1 \\ i_2 \neq i}}^{r-n-2} \dots \sum_{\substack{i_{n-1}=1 \\ i_{n-1} \neq i}}^r p_{i(n \rightarrow 1)}(i_1, i_2, \dots, i_{n-1}). \quad (7)$$

Очевидно, что вероятность того, что  $i$ -й блок занимает один из  $r$  адресов, равна единице. Иными словами:

$$\sum_{n=1}^r p_i p_{i(n-1)} = 1 \quad (8)$$

и, следовательно —

$$\sum_{n=1}^r p_{i(n \rightarrow 1)} = \sum_{n=1}^r p_{i(n-1|r-1)} = \frac{1}{p_i} = \frac{1}{1 - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^r p_j}. \quad (9)$$

Введем обозначение:

$$Q_{i(n-1|r-1)} = \sum_{\substack{i_1=1 \\ i_1 \neq i}}^{r-n+1} \sum_{\substack{i_2=1 \\ i_2 \neq i}}^{r-n+2} \dots \sum_{\substack{i_{n-1}=1 \\ i_{n-1} \neq i}}^r \frac{1}{1 - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{r-1} p_j}. \quad (10)$$



Из выражения (9), с учетом (10) для произвольного  $r$  можно написать тождество:

$$\sum_{j=0}^r P_{i(n-j)r} = Q_{i(r/r)}. \quad (11)$$

Для каждого упорядоченного набора  $n$  блоков из  $r$  можно написать тождество, аналогичное (11). Получим  $l = C_r^n$  тождеств:

$$\begin{aligned} \sum_{j=0}^n P_{i(n-j)n} &= Q_{i(n/n)}(i_1, i_2, \dots, i_n); \\ \sum_{j=0}^n P_{i(n-j)n} &= Q_{i(n/n)}(i_2, i_3, \dots, i_n); \\ \sum_{j=0}^n P_{i(n-j)n} &= Q_{i(n/n)}(i_3, i_4, \dots, i_n). \end{aligned} \quad (12)$$

Определим сумму величин  $P_{i(n-1)n}$ . По аналогии с (7) можно написать:

$$P_{i(n-1)n} = \sum_{i_1=1}^2 \sum_{i_2=i_1+1}^{i_1+2} \dots \sum_{\substack{i_n=i_{n-1}+1 \\ i_n \neq i}}^r P_{i(1+n)}(i_1, i_2, \dots, i_n). \quad (13)$$

При суммировании тождеств (12) каждое  $P_{i(1+n)}(i_1, i_2, \dots, i_{n-1})$  входит в несколько  $P_{i(n-1)n}$ , т. к. один и тот же набор из  $n-1$  блоков можно получить из различных наборов по  $n$  блоков. Набор из  $n-1$  блоков можно дополнить до набора из  $n$  блоков одним из оставшихся  $r-n+1$  блоков. Следовательно, каждое  $P_{i(n-1)n}(i_1, i_2, \dots, i_{n-1})$  входит в  $C_{r-n+1}^1$  тождеств. Таким образом:

$$\sum_{i_1=1}^{r-n} \sum_{i_2=i_1+1}^{r-n+1} \dots \sum_{\substack{i_n=i_{n-1}+1 \\ i_n \neq i}}^r P_{i(n-1)n} = C_{r-n+1}^1 P_{i(n-1)r}. \quad (14)$$

Аналогично можно показать, что

$$\sum_{i_1=1}^{r-n} \sum_{i_2=i_1+1}^{r-n+1} \dots \sum_{\substack{i_n=i_{n-1}+1 \\ i_n \neq i}}^r P_{i(n-j)n} = C_{r-n+j}^j P_{i(n-j)r}. \quad (15)$$

Согласно обозначению (10):

$$\sum_{i_1=1}^{r-n} \sum_{i_2=i_1+1}^{r-n+1} \dots \sum_{\substack{i_n=i_{n-1}+1 \\ i_n \neq i}}^r Q_{i(n,n)}(i_1, i_2, \dots, i_n) = Q_{i(n,n)}. \quad (16)$$

Окончательно, суммируя тождества (12), получим:

$$\sum_{j=0}^n P_{i(n-j)r} \cdot C_{r-n+j}^j = Q_{i(n/r)}. \quad (17)$$

Из выражения (4) и (5), с учетом (7) среднее расстояние можно определить как

$$d_i = p_i \sum_{n=1}^r n p_{i(n-1)(r-1)} = p_i \sum_{n=0}^{r-1} (r-n) p_{i(r-n-1)(r-1)} = \\ = p_i \left( r \sum_{n=0}^{r-1} p_{i(r-n-1)(r-1)} - \sum_{n=0}^{r-1} n p_{i(r-n-1)(r-1)} \right). \quad (18)$$

Как видно из выражения (11):

$$\sum_{n=0}^{r-1} p_{i(r-n-1)(r-1)} = Q_{i(r-1)(r-1)}, \quad (19)$$

а согласно (17):

$$\sum_{n=0}^{r-1} n p_{i(r-n-1)(r-1)} = Q_{i(r-2)(r-1)}. \quad (20)$$

Совместно решая (19) — (21), получим:

$$d_i = p_{i(r-Q_{i(r-1)(r-1)})} - Q_{i(r-2)(r-1)}. \quad (21)$$

Определив  $Q_{i(r-1)(r-1)}$  и  $Q_{i(r-2)(r-1)}$  из (10) и подставив в (21), получим:

$$d_i = p_i \left[ \frac{r}{p_i} - \sum_{j=1}^r \left( \sum_{l=1}^{l-1} \frac{1}{p_l + p_j} \right) \right].$$

Совместно решая (3) и (22), получим выражение для среднего времени поиска информации в виде

$$T_n = \left[ r \sum_{i=1}^r p_i - \sum_{i=1}^r p_i^2 \sum_{j=1}^r \left( \sum_{l=1}^{l-1} \frac{1}{p_l + p_j} + \sum_{j=i+1}^r \frac{1}{p_l + p_j} \right) \right] t = \\ = \left[ r - \sum_{i=1}^r p_i^2 \left( \sum_{l=1}^{l-1} \frac{1}{p_l + p_j} + \sum_{j=i+1}^r \frac{1}{p_l + p_j} \right) \right] t. \quad (23)$$

Раскрыв суммы в полученном выражении, можно заметить, что выражения типа  $\frac{1}{p_i + p_j}$  для произвольных  $i \neq j$  встречаются дважды с числителями  $p_i^2$  и  $p_j^2$ , следовательно:

$$T_n = \left( r - \sum_{i=1}^{r-1} \sum_{j=i+1}^r \frac{p_i^2 + p_j^2}{p_i + p_j} \right) t = \left[ r - \sum_{i=1}^{r-1} \sum_{j=i+1}^r \frac{(p_i + p_j)^2 - 2p_i p_j}{p_i + p_j} \right] t = \\ = \left[ r - \sum_{i=1}^{r-1} \sum_{j=i+1}^r (p_i + p_j) + \sum_{i=1}^{r-1} \sum_{j=i+1}^r \frac{2p_i p_j}{p_i + p_j} \right] t. \quad (24)$$

При суммировании в выражении  $\sum_{i=1}^{r-1} \sum_{j=i+1}^r (p_i + p_j)$  каждое  $p_i$  (для  $0 \leq i \leq r$ ) встречается  $r-1$  раз. С учетом этого, среднее время

поиска при динамическом перераспределении информации в накопителе на ЦМД с однонаправленным продвижением получим в виде:

$$T_{\text{н}} = \left[ r - (r-1) + 2 \sum_{i=1}^{r-1} \sum_{j=i+1}^r \frac{p_i p_j}{p_i + p_j} \right] t = \left( 1 + 2 \sum_{i=1}^{r-1} \sum_{j=i+1}^r \frac{p_i p_j}{p_i + p_j} \right) t. \quad (25)$$

Для оценки эффективности динамического перераспределения необходимо сравнить значение  $T_{\text{н}}$ , полученное из (25), со значением, полученным из (1) с учетом (2). Заметим, что в случае произвольного размещения информации вероятность размещения  $i$ -го блока в  $j$ -ом адресе равна  $1/r$ . Таким образом, из (1) и (2) можно получить:

$$T_{\text{н}} = \sum_{i=1}^r p_i \frac{j}{r} t = \sum_{i=1}^r p_i \cdot \frac{r(r+1)}{2r} \cdot t = \frac{r+1}{2} t. \quad (26)$$

Кроме того, для оценки эффективности динамического перераспределения необходимо задаться и распределением вероятностей обращения к блокам. Как показывают расчеты, при линейно-убывающем распределении вероятностей, которое определяется выражением [5]

$$p_i = \frac{2(r+1-i)}{r(r+1)}, \quad (27)$$

среднее время поиска информации с динамическим перераспределением (выражение (25)) на 10% меньше, чем при произвольном размещении информации (выражение (26)). Отметим, что при данном распределении вероятностей обращения даже оптимальное размещение информации уменьшает среднее время поиска менее, чем на 50% [5]. В случае бинарного распределения вероятностей обращения, которое определяется выражениями [5]

$$p_i = 2^{-i} \quad \text{при} \quad 1 \leq i \leq r-1, \quad p_r = 2^{r-1}, \quad (28)$$

среднее время поиска при динамическом перераспределении не превышает  $3t$  и практически не зависит от емкости накопительного регистра. Аналогичное наблюдается и при данном распределении в случае оптимального размещения (среднее время поиска не превышает  $2t$ ) [5].

Таким образом, эффективность динамического перераспределения информации, как и оптимального размещения [5], возрастает по мере увеличения градиента распределения вероятностей обращения в области малых значений аргумента.

ԳԼԱՆԱՅԻՆ ՄԱԳՆԵՍԱԿԱՆ ԴՈՄԵՆՆԵՐՈՎ ՀԻՇՈՂ ՀԱՄԱՍԱՐՔԵՐՈՒՄ  
ԲՆՅՈՐՄԱՅԻԱՅԻ ԳԻՆԱՄԻՎ ՎԵՐԱԴԱՍԱՎՈՐՄԱՆ ՀԱՎԱՆԱԿԱՆ ՎԵՐԱԹԻՄՈՒՄԸ

Ա մ փ ո փ ու մ

Հալանական վերլուծման հիման վրա ստացվել է անալիտիկ արտահայտություն, որը որոշում է զինամիկ վերադասավորումով գլանային մագնիսական դոմենների վրա հիշող սարքերի ինֆորմացիայի փնտրման միջին ժամանակը: Բերվում է ստացված արտահայտությամբ ինֆորմացիայի փրկարրման միջին ժամանակի կրճատման շափանիշով զինամիկ վերադասավորման էֆեկտիվության գնահատման օրինակ:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Маркаров Г. И., Раев В. К., Козлова Н. Д. ЗУ на ЦМД — уровень промышленного освоения. — В кн.: Радиоэлектроника в 1981 году. Тетр. II, М., НИИЭИР, 1982, с. 66—88.
2. Маркаров Г. И. Алгоритмические и аппаратные способы уменьшения среднего времени поиска информации в ЗУ на ЦМД. — В кн.: Цилиндрические магнитные домены: физические свойства и техническое применение. М.: 1981, с. 39.
3. Bonyhard P. I., Nelson T. J. Dynamic Data Reallocation in Bubble Memories. — The Bell System Technical Journal, v. 52, № 3, 1973, p. 307—317.
4. Chag H. Memory Technology, Magnetic—Bubble. — In: Encyclopedia of Computer Science and Technology v. 10, New York—Basel, 1978, p. 273—384.
5. Маркаров Г. И. К вопросу об уменьшении среднего времени поиска информации в ЗУ на ЦМД. — В кн.: Запоминающие и логические устройства на цилиндрических магнитных доменах. Труды НИИЭУМ, вып. 88, М.: 1981, с. 35—50.