

СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА

А. П. КИРИЛЛОВ, А. В. МИНАСЯН

РАЦИОНАЛЬНОЕ ИСПОЛЬЗОВАНИЕ НЕСУЩЕЙ СПОСОБНОСТИ  
 ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ ПРИ КОМБИНАЦИОННОМ  
 ПОВРЕЖДЕНИИ

Существующие методы оценки несущей способности конструкций за пределом упругости можно разделить на две основные группы. Первые устанавливают критерии с учетом зависимости «напряжение — деформация» и наиболее распространены при статических воздействиях. Вторые позволяют оценить несущую способность системы с помощью функции повреждаемости, при обоснованном значении которой имеет место полное разрушение. Поведение конструкции и элементов за пределом упругости при динамических воздействиях зависит от характера разрушения. В случае пластических течений основным фактором повреждаемости является перераспределение усилия, а при хрупком разрушении — перераспределение энергии [1, 2]. Экспериментальные исследования [3—6] показали, что циклическое повреждение зависит от числа циклов нагружения. В наиболее общем виде функцию повреждаемости можно представить следующим образом:

$$\delta\Phi_k = \Phi_k(\delta V_{kf}, \delta W_{kf}, \delta N_{kf}, V_k, W_k, N_k, R_k, \tau), \quad (1)$$

где  $\delta V_{kf}$  — скачок скоростей при скачкообразном разрушении;  $\delta W_{kf}$  — величина пластического смещения;  $\delta N_{kf}$  — число циклов нагружения, при котором существует циклическая повреждаемость;  $V_k, W_k, N_k$  — соответственно, скорость, смещение и число циклов нагружения;  $R_k$  — реакция в точке  $k$ ;  $\tau$  — параметр времени;  $N$  — степень свободы системы;  $k = 1, 2, 3, \dots, N$ .

Повреждаемость является функцией, зависящей от параметров  $\delta V_{kf}, \delta W_{kf}, \delta N_{kf}$ . В упругой стадии колебания эти параметры равны нулю и возрастают с появлением повреждаемости:

$$\delta V_{kf} > 0; \quad \delta W_{kf} > 0; \quad \delta N_{kf} > 0. \quad (2)$$

С учетом компонентов повреждаемости, зависимость (1) можно представить в виде:

$$\begin{aligned} \delta\Phi_k = & \Phi_{kv}(V_k, \tau, R_k)\delta V_{kf} + \Phi_{kw}(W_k, \tau, R_k)\delta W_{kf} + \\ & + \Phi_{kN}(N_k, \tau, R_k)\delta N_{kf}. \end{aligned} \quad (2')$$

Если неравенство (2) полностью сохраняется, то  $\Psi_k$  носит квази-компонентный характер:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Psi_k}{\partial V_{kf}} &= \Psi_{kv}; & \frac{\partial \Psi_k}{\partial W_{kf}} &= 0; & \frac{\partial \Psi_k}{\partial N_{kf}} &= 0; \\ \frac{\partial \Psi_k}{\partial V_{kf}} &= 0; & \frac{\partial \Psi_k}{\partial W_{kf}} &= \Psi_{kw}; & \frac{\partial \Psi_k}{\partial N_{kf}} &= 0; \\ \frac{\partial \Psi_k}{\partial V_{kf}} &= 0; & \frac{\partial \Psi_k}{\partial W_{kf}} &= 0; & \frac{\partial \Psi_k}{\partial N_{kf}} &= \Psi_{kN}. \end{aligned} \quad (3)$$

Совместно решая уравнения (2) и (3), получим:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Psi_k}{\partial V_{kf}} &= \Psi_{kv}(V_k, \tau, R_k); \\ \frac{\partial \Psi_k}{\partial W_{kf}} &= \Psi_{kw}(W_k, \tau, R_k); \\ \frac{\partial \Psi_k}{\partial N_{kf}} &= \Psi_{kN}(N_k, \tau, R_k). \end{aligned} \quad (4)$$

Зависимости (4) показывают, что компоненты повреждаемости зависят от  $\partial V_{kf}$ ,  $\partial W_{kf}$ ,  $\partial N_{kf}$  и если (4) линейные, можно записать:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Psi_k}{\partial V_{kf}} &= \xi_{kv} \Theta_{ok}(\Psi_k); \\ \frac{\partial \Psi_k}{\partial W_{kf}} &= \xi_{kw} \Theta_{ok}(\Psi_k); \\ \frac{\partial \Psi_k}{\partial N_{kf}} &= \xi_{kN} \Theta_{ok}(\Psi_k), \end{aligned} \quad (5)$$

где  $\xi_{kv}$ ,  $\xi_{kw}$ ,  $\xi_{kN}$  — константы.

Интегрируя уравнения (5), получим характеристики полной повреждаемости:

$$\begin{aligned} \{V_{kf}\} &= \int_0^{\Psi_{kv}} \frac{\partial \Psi_k}{\xi_{kv} \Theta_{ok}(\Psi_k)}; & \{W_{kf}\} &= \int_0^{\Psi_{kw}} \frac{\partial \Psi_k}{\xi_{kw} \Theta_{ok}(\Psi_k)}; \\ \{N_{kf}\} &= \int_0^{\Psi_{kN}} \frac{\partial \Psi_k}{\xi_{kN} \Theta_{ok}(\Psi_k)}. \end{aligned} \quad (6)$$

Из уравнения (2') имеем:

$$\int_0^{\Psi_f} \delta \Psi_k = \int_0^{V_k} \Psi_{kV} \delta V_{kf} + \int_0^{W_k} \Psi_{kW} \delta W_{kf} + \int_0^{N_k} \Psi_{kN} \delta N_{kf}. \quad (7)$$

После подстановки (4)–(6) в (7) получим:

$$1 = \frac{V_{kf}}{\{V_{kf}\}} + \frac{W_{kf}}{\{W_{kf}\}} + \frac{N_{kf}}{\{N_{kf}\}}. \quad (8)$$

Уравнение (8) устанавливает связь между параметрами повреждаемости. При расчете сооружений и конструкции на динамические воздействия допускаются частичные повреждения, несвязанные с обрушением несущих каркасов. В допускаемых пределах повреждаемости следует установить зависимости между жесткостями и кинематическими параметрами движения. Зависимость  $V_{kf} (\Delta B_k)$  была получена из уравнения энергохарактеристики системы, которое в процессе разрушения имеет вид:

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^N \{0,5\Phi_{ik}^2 M_i V_{kf}^2 + \Phi_{ik}^2 M_i (V_{kf} \dot{Q}_k + V_{kf} \dot{Q}_0) + \Phi_{ik} M_i V_{kf}^2 + \\ & + \Phi_{ik} M_i (V_{kf} \dot{Q}_k + V_k \dot{Q}_0)\} + 0,5\Delta B_k Q_k^2 = \\ & = \sum_{p=1}^n \left\{ \sum_{i=1}^N \left[ \Phi_{ik}^2 M_i Q_k \frac{\partial}{\partial \xi_p} Q_0(\xi_p) + \Phi_{ik}^2 M_i \dot{Q}_0(\xi_p) \frac{\partial}{\partial \xi_p} \dot{Q}_0(\xi_p) + \right. \right. \\ & + \Phi_{ik}^2 M_i \dot{Q}_0(\xi_p) \frac{\partial}{\partial \xi_p} \dot{Q}_k(\xi_p) + \Phi_{ik} M_i \dot{Q}_k(\xi_p) \frac{\partial}{\partial \xi_p} \dot{Q}_k(\xi_p) + \\ & \left. \left. + \Phi_{ik} M_i \dot{Q}_0(\xi_p) \frac{\partial}{\partial \xi_p} \dot{Q}_k(\xi_p) + \Phi_{ik} M_i \dot{Q}_0(\xi_p) \frac{\partial}{\partial \xi_p} \dot{Q}_0(\xi_p) \right] \delta(\xi_p), \quad (9) \right. \end{aligned}$$

где  $M_i$  — сосредоточенная масса в точке;  $\tau_1, \tau$  — время разрушения;  $\Phi_{ik}$  — собственные функции;  $\Delta B_k$  — изменение жесткости;  $Q_k(\xi_p)$  — координата Лагранжа II рода;  $\dot{Q}_0(\xi_p)$  — характеристика внешнего воздействия.

В предельном состоянии, когда время разрушения  $P(\tau_1 - \tau) \rightarrow 0$ , после некоторых преобразований из (9) получим:

$$V_{kf} = \dot{Q}_k \left\{ \left[ 1 + \Delta B_k Q_k^2 \left[ \left( \sum_{i=1}^N \Phi_{ik}^2 M_i \right) V_k^2 \right]^{-1} \right]^{-1/2} - 1 \right\}. \quad (10)$$

При учете упруго-пластического движения скачок ускорения определяется:

$$\dot{V}_{kf} = \Delta B_k Q_{kp} \left( \sum_{i=1}^N \Phi_{ik}^2 M_i \right)^{-1/2}. \quad (11)$$

а при чисто пластическом течении  $\dot{V}_{kf}$  определяется по следующей формуле:

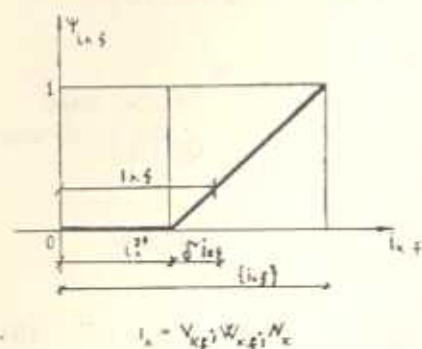
$$\dot{V}_{kf} = R_{\tau k} \left( \sum_{i=1}^N \Phi_{ik}^2 M_i \right)^{-1}, \quad (12)$$

где  $R_{\tau k}$  — предельное усилие.

С учетом формулы (11) и (12) величина пластической деформации определяется решением дифференциальных уравнений движения. Определение зависимости  $N_{kf}(B_k)$  теоретическим путем затруднено и она может быть достаточно точно выведена экспериментально [3—6].

При частном случае  $N_{kf} = 0$  были исследованы изменения усилий, действующих на сооружение с учетом повреждаемости, обусловленной пластическим течением и хрупким разрушением [7].

На рис. 1 представлена зависимость  $\Psi_{l_{kf}} - l_{kf}$  ( $l_{kf} = V_{kf}; W_{kf}; N_{kf}$ ). Изменения усилия  $S_{yk}/S_{yk}$  (где  $S_{yk}, S_{yk}$  — соответственно, усилия в стадии повреждения и упругой стадии) в зависимости от  $\Delta B_k/B_k$  и  $\Delta W_k/W_k$  приведены на рис. 2.



$$l_{kf} = V_{kf}; W_{kf}; N_{kf}$$

Рис. 1.

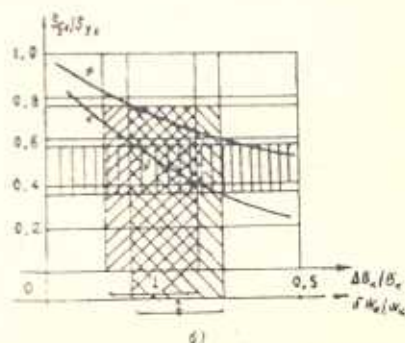


Рис. 2.

Как видно из графиков, наиболее рациональной областью использования несущей способности системы является область  $P^*$ , в пределах которой имеется комбинационное повреждение. Практически достигнуть комбинационных разрушений можно путем применения комплекса элементов, часть из которых способна пластически деформироваться, а другая — квазихрупко повреждаться. Например, при наличии хрупких панельных конструкций можно применять такие узловые металлические элементы, которые наиболее склонны к пластическому повреждению, а также сочетания железобетонных каркасов с металлическими.

ԳԻՆԱՄԻԿԱԿԱՆ ՀԱՄԱԿԱՐԳԵՐԻ ԿՐՈՂՈՒՆԱԿՈՒԹՅԱՆ ՌԱՅԻՈՆԱԼ  
ՕԳՏԱԳՈՐԾՈՒՄԸ ԶՈՒԳԱԿՑՎԱՆ ՎՆԱՍՎԱԾՔԻ ԳԵՊՔՈՒՄ

## Ա մ փ ո փ ու լ մ

Հորվածում ուսումնասիրվում են զուգակցված վնասվող զինամիկ համակարգեր: Պլաստիկ, փխրուն և ցիկլային վնասվող համակարգերը բնութագրվում է զուգակցված վնասվող ֆունկցիայի միջոցով, որը ներկայացված է (1) տեսքով: Վնասվածքի ֆունկցիայի համար առկա են մասնակի ղեպքեր: Համապատասխան փխրուն և պլաստիկ վնասվածքները բնութագրող պարամետրերը ստացվել են էներգորալանսի և Լագրանժի 2-րդ սեռի հավասարումներից: Մասնակի ղեպքի համար, երբ ցիկլային վնասվածքը բացակայում է, բերված է զինամիկական համակարգում ուժերի փոփոխման գրաֆիկը:

Աշխատանքի վերջում ներկայացվում է մեթոդիկա զուգակցված վնասվող զինամիկական համակարգերի կրողունակության ազդեցության օգտագործման համար:

## Л И Т Е Р А Т У Р А

1. H. Liebowitz (Ed.) Fracture, vol. 1-7, New-York, Academic Press, 1968-1972, — 470 с.
2. Абзенберг Я. М. и др. Адаптивные системы сейсмической защиты сооружений.— М.: Наука, 1978.— 246 с.
3. Гохфельд Д. А., Чернявский О. Ф. Несущая способность конструкций при повторных нагрузениях.— М.: Машиностроение, 1979.— 340 с.
4. Кириллов А. П. Выносливость гидротехнического железобетона.— М.: Энергия, 1978.— 272 с.
5. Серенсен С. В. и др. К основам расчета на прочность при малоцикловом нагружении.— Машиноведение, 1972, № 5, с. 22—38.
6. Koffin K. F. Cyclic strain and Fatigue Behaviour of Metals in Creep Range.— Proc. of the Int. Conf. on Fracture, 1966, v. 3, 271—312.
7. Кириллов А. П., Ларбинян С. С., Минасян А. В. Сейсмостойкость упруго-пластических систем с разрывными характеристиками.— ДАН АрмССР, 1982, № 2, с. 85—90.