ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

Տեխնիկական գիտութ. սերիա XXXVI, № 2, 1983 Серия технических наук

МАШИНОСТРОЕНИЕ

Р. С. ОВСЕПЯН

АКТИВНАЯ КОМПЕНСАЦИЯ ГАРМОНИЧЕСКИХ ЗВУКОВЫХ ВОЛН ВРАЩАЮЩИМСЯ ВОКРУГ ИХ ИСТОЧНИКА КОМПЕНСАТОРОМ

При активной компенсации звуковых колебаний вокруг их источника располагается множество компенсаторов (громкоговорителей) [1], что вызывает трудности технического порядка. Уменьшение количества компенсаторов без ухудшения эффективности подавления является важной задачей практической реализации метода активной компенсации шума. Применение вращающихся компенсаторов может привести к указанной цели.

В работе рассматривается задача компенсации гармонической звуковой волны компенсатором, вращающимся вокруг ее источника.

Звуковое поле вращающегося источника рассмотрено в [2, 3] в аспектах аэро- и гидроакустики. Исследования же по компенсации звуковых волн «звуком вращения» не проводились.

Допустим, элементарный гармонический монополь интенсивности $Q(t) = Q_0 \exp(\omega_1 t)$ движется по окружности радиуса a с угловой скоростью ω_0 (рис. 1). Согласно [3], звуковое поле в волновой зоне в сферической системе координат (R, θ, φ) описывается выражением:

$$\Phi(R, \theta, \varphi) = \frac{Q_0}{4\pi R} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n \left[\frac{n\omega_0 - \omega_1}{c} a \sin\theta \right] \exp(i\gamma_n);$$

$$\gamma_n = (n\omega_0 - \omega_1)\left(t - \frac{R}{c}\right) - n\left(\varphi - \frac{\pi}{2}\right), \tag{2}$$

где Φ — потенциал скорости; c — скорость звука; J_n — функция Бесселя порядка n $(n = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots)$.

Поместим стационарно в центре O (рис. 1) окружности второй элементарный гармонический монополь, излучение которого $Q(t) = -Q_0 \exp(-\omega_1 t)$ протофазно излучению вращающегося монополя. Легко показать, что наложение звукового поля вращающегося (1) и неподвижного $\Phi = -\frac{Q_0}{4\pi R} \exp\left[-i\omega_1\left(t - \frac{R}{c}\right)\right]$ монополей приведет к компенсации поля неподвижного источника на частоте излучения ω_1 $(n = 0)$.

Однако, из [3] невозможно выявить при каких угловых скоростях вращения ω_0 и соотношениях между ним и угловой частотой ω_1 излучения верна формула (1), а, следовательно, возможна компенсация указанным способом.

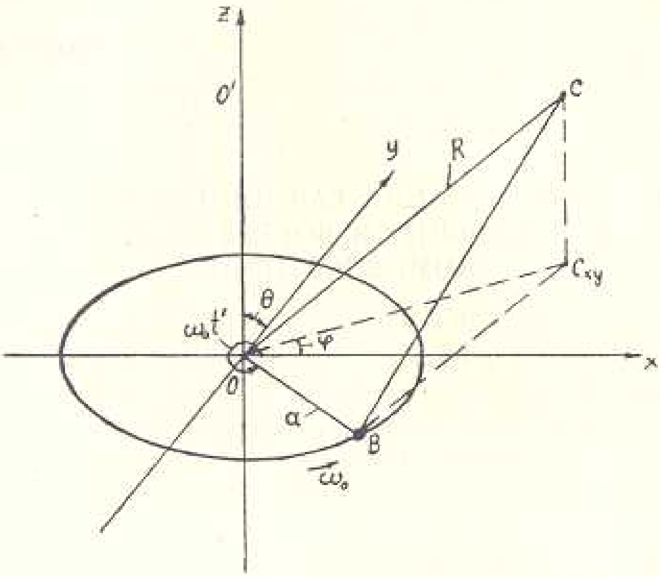

Рис. 1.

Решение данной задачи проведем следующим образом.

Представим интенсивность $Q = Q_0 \exp(i\omega_1 t')$ гармонического монополя, движущегося по окружности (рис. 1), в виде кусочно-непрерывных функций. Для этого разобьем период обращения T_0 монополя, т. е. интервал времени $[t', t' + T_0]$ на l частей точками деления $t'_1, t'_2, t'_3, \ldots, t'_\tau, \ldots, t'_l$, причем, $t'_1 < t'_2 < t'_3 < \ldots < t'_l$, и положим отрезки времени $\Delta t' = t'_2 - t'_1 = t'_3 - t'_2 = \ldots = t'_l - t'_{l-1}$ достаточно малыми. В каждой из указанных точек вычислим значение функции $Q = Q_0 e^{i\omega_1 t'_1}, Q_0 e^{i\omega_1 t'_2}, \ldots, Q_0 e^{i\omega_1 t'_l}$. Тогда с точностью до второй степени малости интенсивность монополя можно представить в виде суммы:

$$Q = \sum_{\tau=1}^{l} Q_\tau; \tag{2}$$

$$Q_\tau = \begin{cases} Q_0 e^{i\omega_1 t'_\tau}, & \text{при } t'_\tau + qT_0 \leqslant t' < t'_\tau + qT_0 + \Delta t' \ (q = 0,\ 1,\ 2, \ldots), \\ 0, & \text{при } t'_\tau + qT_0 > t' \geqslant t'_\tau + qT_0 + \Delta t'. \end{cases}$$

Звуковое колебание (2), излучаемое компенсатором с траектории своего движения в момент $t' = t'_\tau$, доходит до точки наблюдения $C(R, \theta, \varphi)$ (рис. 1) в момент времени t:

$$t = t' + \frac{R - a\cos(\omega_0 t' - \varphi)}{c}, \tag{3}$$

где второй член данного выражения — время, необходимое для пробега луча от компенсатора до точки наблюдения.

В этом случае потенциал скорости Φ в точке наблюдения C, согласно (2), (3) и формуле потенциала монополя $\Phi = -\frac{Q}{4\pi R}$ [4], можно представить в виде:

$$\Phi = \sum_{\eta=1}^{l} \Phi_\eta; \tag{4}$$

$$\Phi_\eta = \begin{cases} -\frac{Q_0}{4\pi R} e^{i\omega_1 t'_\eta}, & \text{при } t'_\eta + \tau_1 + qT_0 \leqslant t < t'_\eta + \tau_1 + \tau_2 \Delta t' + qT_0, \\ & (q = 0, 1, 2, \ldots) \\ 0, & \text{при } t'_\eta + \tau_1 + qT_0 > t \geqslant t'_\eta + \tau_1 + \tau_2 \Delta t' + qT_0, \end{cases}$$

где

$$\tau_1 = \frac{R - a\cos[\omega_0(t'_\eta + qT_0) - \varphi]}{c}; \quad \tau_2 = 1 - \frac{a}{c}\sin[\omega_0(t'_\eta + qT_0) - \varphi].$$

Допустим $T_1 = mT_0$, $\omega_0 = m\omega_1$ $(m = 1, 2, 3, \ldots)$, т. е. период T_1 излучаемого сигнала содержит в себе m периодов вращения T_0 монополя. Тогда члены Φ_η суммы (4) представляют из себя периодические функции с периодами, равными периоду T_1 излучаемого сигнала. Разложим Φ_η по переменной t в ряд Фурье с учетом того, что за период T_1 q принимает значения $0, 1, 2, \ldots, m$. Вычисления дают следующий результат:

$$\Phi = -\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{Q_0 m \tau_2}{4\pi R T_1} e^{i[(mn+1)\omega_1 t - (mn+1)\omega_1 \tau_1 - mn\omega_1 t'_\eta]} \cdot \Delta t'. \tag{5}$$

Подставляя значения Φ_η (5) в выражение (4), получим:

$$\Phi = -\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{\eta=1}^{l} \frac{Q_0 m \tau_2}{4\pi R T_1} e^{i[(mn+1)\omega_1 t - (mn+1)\omega_1 \tau_1 - mn\omega_1 t'_\eta]} \cdot \Delta t'. \tag{6}$$

При $\Delta t' \to 0$ указанная сумма приводится к интегралу на отрезке $[t'_1, t'_1 + T_0]$:

$$\Phi = -\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \int_{t'_1}^{t'_1 + T_0} \frac{Q_0 m \tau_2}{4\pi R T_1} e^{i[(mn+1)\omega_1 t - (mn+1)\omega_1 \tau_1 - mn\omega_1 t'_\eta]} \cdot dt'.$$

Вычисление данного интеграла приводит к выражению для потенциала скорости:

$$\Phi = -\frac{Q_0}{4\pi R}\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\left(1+\frac{n}{n\omega_0+\omega_1}\right)\times$$

$$\times J_n\left[(n\omega_0+\omega_1)\frac{a}{c}\sin\theta\right]e^{i\left[(n\omega_0+\omega_1)\left(t-\frac{R}{c}\right)-n\left(\varphi-\frac{\pi}{2}\right)\right]}. \qquad (7)$$

Если одновременно $\omega_0=\omega_1$ $(m=1)$ и $n=-1$, то функция (7) не имеет смысла, т. е. она неопределенна. При этих значениях, как показывают вычисления, $\Phi=0$.

В выражении (7) членом $n/n\omega_0+\omega_1$ можно пренебречь, когда $|n/(n\omega_0+\omega_1)|\ll 1$. Откуда, учитывая $\omega_0=m\omega_1$, получим:

$$\omega_1 \gg \left|\frac{n}{nm+1}\right| \quad \text{или} \quad \omega_0 \gg \left|\frac{n}{n+\frac{1}{m}}\right|. \qquad (8)$$

Тогда формула (7) приводится к виду (1). Практически, согласно неравенству (8), выражение (1) верно при $\omega_1 \geqslant 10$.

Вычисления показывают, что потенциал скорости в волновой зоне при $\omega_0=\frac{\omega_1}{m}$ описывается также выражением (7). Значение $n=-m$ приводит потенциал скорости (7) к неопределенности. Расчеты показывают, что в этом случае $\Phi=0$. Отметим, что выражение (7) при $\omega_0=\frac{\omega_1}{m}$ приводится к формуле (1), когда

$$\omega_1 \gg \left|\frac{n}{\frac{n}{m}+1}\right| \quad \text{или} \quad \omega_0 \gg \left|\frac{n}{n+m}\right|. \qquad (9)$$

Наложение звукового поля, определяемого общей формулой (7), на звуковое поле $\Phi=-\frac{Q_0}{4\pi R}\exp\left[i\omega_1\left(t-\frac{R}{c}\right)\right]$, стационарно расположенного в точке O (рис. 1) монополя, приводит к компенсации поля неподвижного монополя на частоте излучения ω_1 $(n=0)$ при любых ω_1 и соотношениях ω_0 и ω_1. Однако, на компенсацию колебаний на основной частоте ω_1 влияют другие спектральные составляющие с частотами $\omega_1 \pm n\omega_0$, $n=1, 2, \ldots$ (7). Количественно оценим компенсацию (степень компенсации) на частоте ω_1 и выявим влияние на нее спектральных составляющих. Степень компенсации определяется как разность уровней звукового давления в суммарном и первичном (поле неподвижного монополя) полях:

$$\Delta = 10\lg\frac{p^2_{\text{сум}}}{p_0^2} - 10\lg\frac{\overline{p}^2}{p_0^2} = \lg\frac{\overline{p}^2_{\text{сум}}}{\overline{p}^2}\ \partial Б,$$

где $\overline{p}_{\text{сум}}$, $\overline{p}$ — осредненные во времени уровни звукового давления, соответственно, в суммарном и первичном полях; p_0 — пороговое звуковое давление.

Принимая во внимание, что $p = \dfrac{\partial \Phi}{\partial t}$ и средний квадрат периодической функции $p(t)$ определяется выражением $\overline{p(t)^2} = \sum\limits_{n=1}^{\infty} p_{mn}^2/2$ (p_{mn} — амплитуда синусоидальных составляющих) [4], степень компенсации поля $\Phi = -\dfrac{Q_0}{4\pi R} \exp\left[i\omega_1\left(t - \dfrac{R}{c}\right)\right]$ неподвижного монополя, согласно (1), (7), принимает следующий вид:

$$\Delta = 10 \lg \left\{ \left[1 - J_0\left(\omega_1 \frac{a}{c} \sin\theta\right) \right]^2 + \right.$$

$$\left. + \sum_{n=\pm 1, \pm 2, \ldots} (nm+1)^2 \cdot J_n \left[(nm+1)\, \omega_1 \frac{a}{c} \sin\theta \right] \right\}. \tag{10}$$

$$\text{при} \quad T_1 = m T_0.$$

В выражении (7), принимая $n = k - m$ ($k = \pm 1, \pm 2, \ldots$), при $T_1 = \dfrac{T_0}{m}$ получим:

$$\Delta = 10 \lg \left\{ \left\| \left[1 - J_0\left(\omega_1 \frac{a}{c} \sin\theta\right) \right] e^{i\left[\omega_1\left(t - \frac{R}{c}\right) + \frac{\pi}{2}\right]} + \right.\right.$$

$$\left. + \left(1 + \frac{2m}{\omega_1}\right) J_{2m}\left(\omega_1 \frac{a}{c} \sin\theta\right) e^{i\left[-\omega_1\left(t - \frac{R}{c}\right) + 2m\left(\varphi - \frac{\pi}{2}\right) + \frac{\pi}{2}\right]} \right\|^2 +$$

$$+ \sum_{k=1, 2, \ldots, (m-1), (m+1)}^{+\infty} \left\| \frac{k}{m} \left[1 + \frac{m(k-m)}{k\omega_1} \right] J_{k-m}\left(\frac{k}{m}\, \omega_1 \frac{a}{c} \sin\theta\right) \times \right.$$

$$\times e^{i\left[-\frac{k}{m}\omega_1\left(t - \frac{R}{c}\right) + (k-m)\left(\varphi - \frac{\pi}{2}\right) + \frac{\pi}{2}\right]} - \frac{k}{m}\left[1 + \frac{m(k+m)}{k\omega_1} \right] J_{k+m} \times$$

$$\left.\left. \times \left(\frac{k}{m}\, \omega_1 \frac{a}{c} \sin\theta\right) e^{i\left[\frac{k}{m}\omega_1\left(t - \frac{R}{c}\right) + (k+m)\left(\varphi - \frac{\pi}{2}\right) + \frac{\pi}{2}\right]} \right\|^2 \right\}. \tag{11}$$

Для малых $\omega_1 \dfrac{a}{c} \sin\theta$ (при $m \geqslant 2$) $J_{k+m} \ll J_{k-m}$ и $J_{2m} \ll J_0\left(\omega_1 \dfrac{a}{c} \sin\theta\right)$, поэтому зависимость (11) принимает вид:

$$\Delta = 10 \lg \left\{ \left\{ \left[1 - J_0\left(\omega_1 \frac{a}{c} \sin\theta\right) \right]^2 + \right.\right.$$

$$\left.\left. + \sum_{k=1, 2, \ldots, (m-1), (m+1)}^{+\infty} \left\{ \frac{k}{m} \left[1 + \frac{m(k-m)}{k\omega_1} \right] J_{k-m}\left(\frac{k}{m}\, \omega_1 \frac{a}{c} \sin\theta\right) \right\}^2 \right\} \right\}. \tag{12}$$

В формулах (10) — (12) член, выраженный суммой, показывает влияние спектральных составляющих, формируемых вращающимся компенсатором, на степень активной компенсации. Остальные члены в этих выражениях показывают степень компенсации на частоте излучения ω_1. Согласно формулам (10)—(12), степень компенсации при данном отношении a/λ_1 уменьшается с увеличением θ: она максимальна ($\Delta = -\infty$, т. е. происходит полная компенсация) на оси вращения OO' ($\theta = 0$) монополя (рис. 1) и минимальна в плоскости вращения $\left(\theta = \frac{\pi}{2}\right)$ компенсатора (рис. 2, 3). Компенсация звукового поля (отрицательные значения Δ на рис. 3) монополя на частоте ω_1 возможна в волновой зоне по всему пространству, если $\frac{a}{\lambda_1} \leqslant 0{,}38$. Когда же $\frac{a}{\lambda_1} > 0{,}38$, наряду с зонами подавления при определенных значениях θ появляются зоны превышения (положительные значения Δ на рис. 3) уровня звукового давления суммарного поля над уровнем звукового давления неподвижного излучателя. С другой стороны, компенсация по всей волновой зоне возможна также, если компенсатор расположен неподвижно от излучателя на расстоянии $a < 0{,}25\,\lambda_1$. Поэтому активную компенсацию путем вращения монополя при одинаковом уровне излучения неподвижного и движущегося источника целесообразно проводить при $0{,}25 \leqslant \frac{a}{\lambda_1} < 0{,}38$. Для достижения полной компенсации (на частоте излучения ω_1) на конусе вращения с образующей, составляющей с плоскостью вращения определенный угол θ, необходимо уровень излучения вращающегося компенсатора увеличить в $\frac{1}{J_0}\left(\omega_1 \frac{a}{c} \sin\theta\right)$ раз. В этом случае при других значениях θ может наблюдаться превышение суммарного уровня над компенсируемым.

На рис. 4 приведена полярная диаграмма степени компенсации Δ по общему уровню звукового давления при различных скоростях вращения монополя, учитывающая влияние спектральных составляющих. Расчеты, проведенные по (10)—(12) для $f = 1$ *кГц*, $a = 13$ *см* ($a/\lambda_1 = 0{,}38$), показывают, что подавление звуковых колебаний по общему уровню возможно в окрестностях оси OO' (рис. 1) вращения монополя. В остальных областях с увеличением θ наблюдается превышение уровня суммарного сигнала над компенсируемым уровнем. Максимальное превышение наблюдается в плоскости вращения $\left(\theta = \frac{\pi}{2}\right)$. Как следует из рис. 3, с увеличением скорости вращения ω_0 компенсатора область компенсации уменьшается. При $\omega_0 \leqslant \frac{\omega_1}{10}$ протяженность указанной области и степень компенсации остаются постоянными. При $\omega_0 \geqslant \omega_1$ ряд, обозначенный в выражениях (11), (12) знаком суммы, для $\frac{a}{\lambda_1} = 0{,}25...0{,}38$ сходится медленно. Потому в данном случае для расчета степени компенсации учитывались лишь спектральные составляющие, входящие в звуковой диапазон, т. е. члены с $\frac{nm\omega_1}{2\pi} \leqslant 20$ *кГц.*

При таком способе расчета оказывается, что для $\omega_0 > 2\pi \times 20000\ c^{-1}$ степень компенсации совпадает со степенью компенсации на частоте излучения ω_1 (рис. 2, 3), т. е. при $\omega_0 > 2\pi \cdot 20000\ c^{-1}$ наблюдается компенсация по всей волновой зоне, при этом степень и область компенсации не зависят от скорости вращения компенсатора.

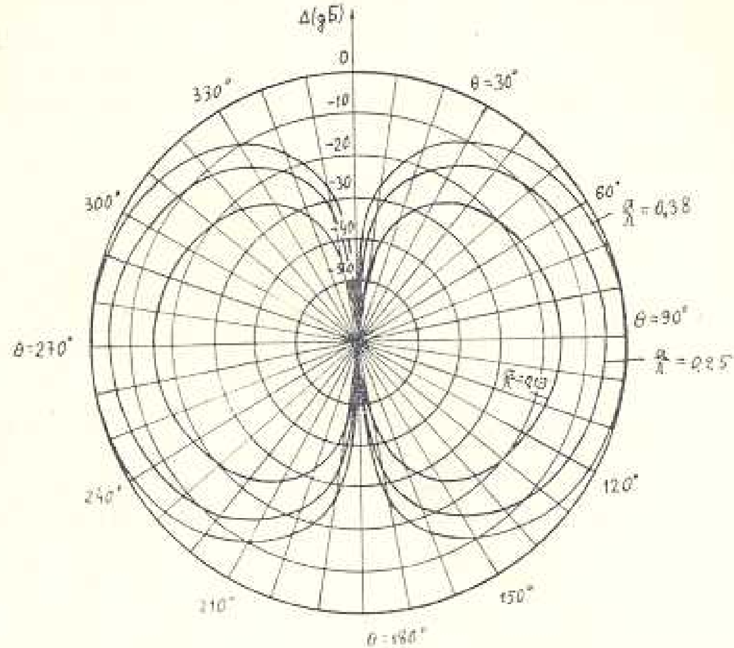

Рис. 2. Полярная диаграмма степени компенсации Δ на частоте излучения ω_1 монополя при различных a/λ_1.

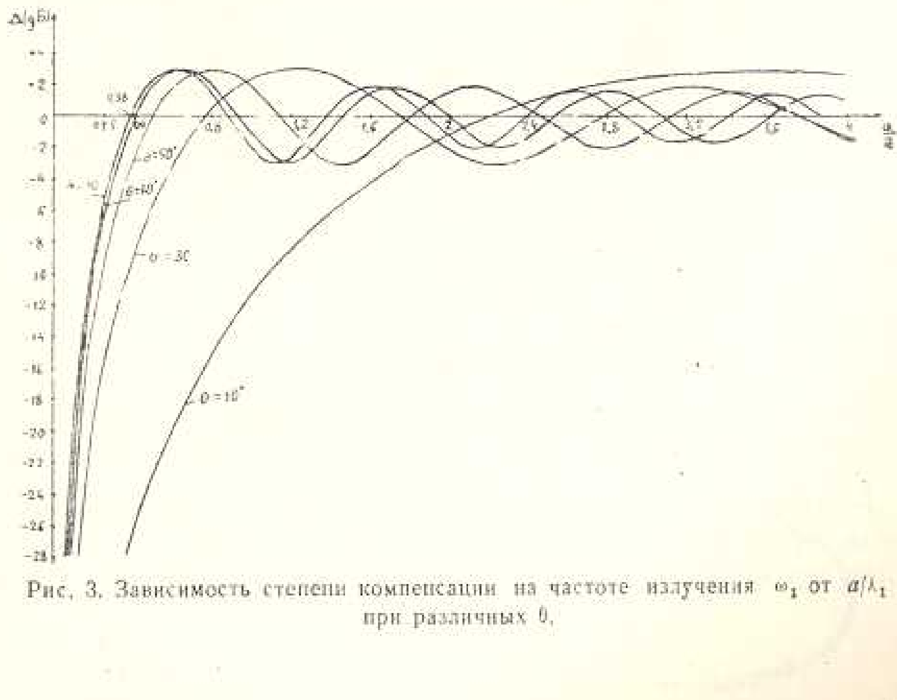

Рис. 3. Зависимость степени компенсации на частоте излучения ω_1 от a/λ_1 при различных θ.

Проведение активной компенсации при $\omega_0 > 2\pi \cdot 20000\ c^{-1}$ невозможно, т. к. на практике такие скорости трудно достижимы. Компенсацию целесообразно производить при угловых скоростях $\omega_0 \leqslant \frac{\omega_1}{6}$ (рис. 4). Наблюдаемое при этом незначительное превышение порядка $+4\ \partial Б$ и менее над компенсируемым уровнем в областях волновой зоны ($\theta \approx 50 ... 130°$, $\theta \approx 230 ... 310°$) можно устранить компенсированием спектральных составляющих (7). Для этого необходимо, чтобы амплитуда обильности движущегося монополя менялась на частоте $n\omega_0 + \omega_1$ как $Q_0 e^{i\omega_1 t'}$. Тогда можно добиться максимальной компенсации звукового поля неподвижного монополя в волновой зоне, показанной на рис. 2.

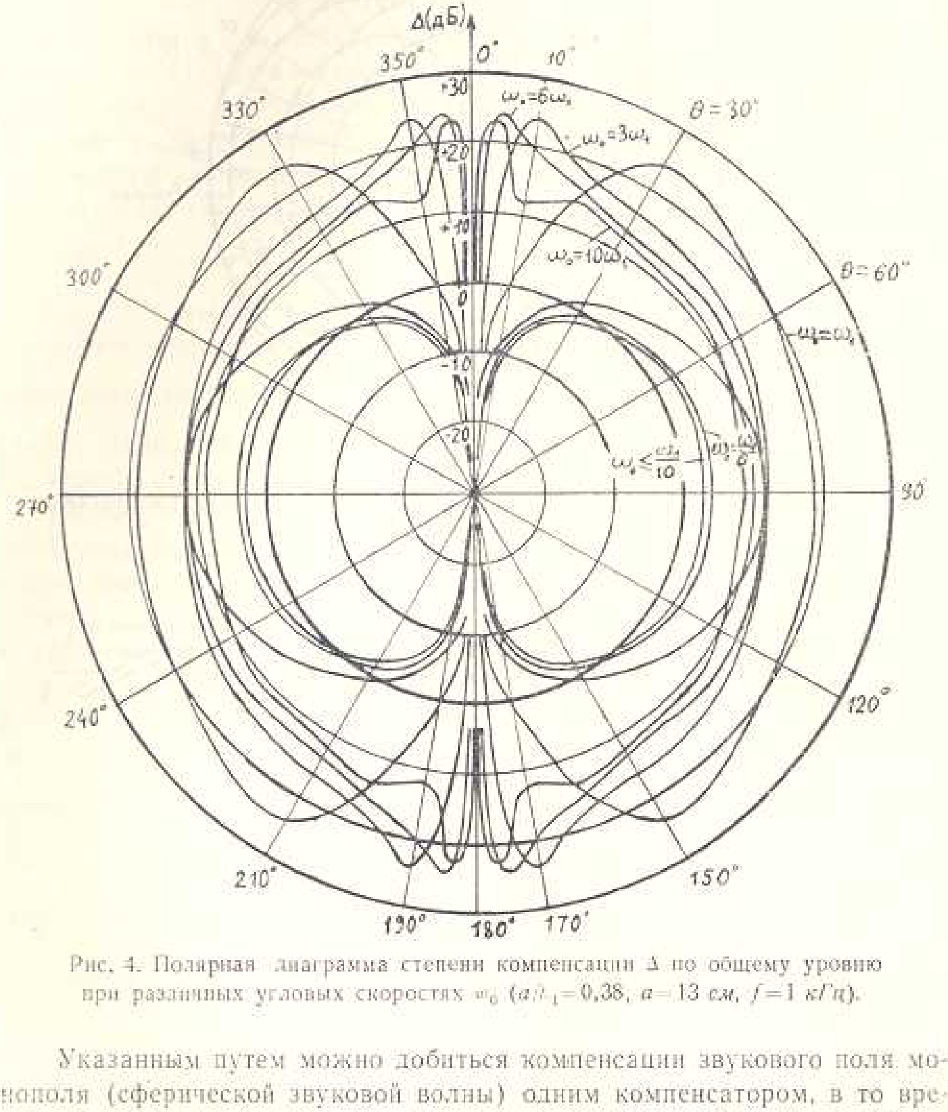

Рис. 4. Полярная диаграмма степени компенсации Δ по общему уровню при различных угловых скоростях ω_0 ($a/\lambda_1 = 0{,}38$, $a = 13$ *см*, $f = 1$ *кГц*).

Указанным путем можно добиться компенсации звукового поля монополя (сферической звуковой волны) одним компенсатором, в то время как для компенсации известным способом [1] необходимы несколько компенсаторов. При этом компенсация на основной частоте ω_1 по всей волновой зоне достигается при любых угловых скоростях вращения ω_0, которые больше или меньше ω_1 в целое число раз; отношение же радиуса a окружности, по которой движется монополь, к длине волны λ_1, должно находиться в диапазоне $\frac{a}{\lambda_1} = 0{,}25 \ldots 0{,}38$. Компенсацию же по общему уровню целесообразно проводить при $\omega_0 \leqslant \frac{\omega_1}{6}$ и $\frac{a}{\lambda} = 0{,}25 \ldots 0{,}38$.

Респ. акуст. научн. центр Минздрав. Арм.ССР

16.VII.1981

Ռ. Ս. ՀՈՎՍԵՓՅԱՆ

ՀԱՐՄՈՆԻԿ ՁԱՅՆԱՅԻՆ ԱԼԻՔՆԵՐԻ ԱԿՏԻՎ ԱԶԴԱԶԵՐԾՈՒՄ ՆՐԱՆՑ ԱՂԲՅՈՒՐԻ ՇՈՒՐՋԸ ՊՏՏՎՈՂ ԱԶԴԱԶԵՐԾԻՉՈՎ

Ա մ փ ո փ ո ւ մ

Դիտարկվում է շրջանաձև ձայնային սինուսոիդալ ալիքի աղբյուրի շուրջը պտտվող հարմոնիկ մոնոպոլի միջոցով ակտիվ կոմպենսացիայի խնդիրը: Ցույց է տրված այդպիսի կոմպենսացիայի հնարավորությունը և տրված է նրա հասանելիության պայմանները:

ЛИТЕРАТУРА

1. *Гаврилов А. М.* О компенсации виброакустических полей дискретной кольцевой системой монопольных источников./Тр. IX Всесоюзной акустической конференции.— М.: 1977, с. 171—174.
2. *Докучаев В. П.* Излучение звуковых волн телом, движущимся по окружности и вращающимся флюгером простой формы.— Акуст. ж., 1965, 11, 3, с. 324—333.
3. *Докучаев В. П.* Излучение звуковых волн гармоническим монополем, движущимся по окружности.— Акуст. ж., 1969, 15, 3, с.361—368.
4. Борьба с шумом./Под. ред. Е. Я. Юдина.— М.: Стройиздат, 1964,— 701 с.