ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
Տեխնիկական գիտութ. սերիա XXXVI, № 1, 1983 Серия технических наук

СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА

А. Г. МЕЛИК-ЕЛЧЯН

НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ ПОДОБИЯ ПРИ ДИНАМИЧЕСКИХ НАГРУЗКАХ

Теоретическое исследование распространения волн напряжений в твердых телах наталкивается на большие трудности математического характера. Решения, получаемые математически, имеют трудно применимый на практике вид и не позволяют с необходимой точностью количественно и качественно описывать различные волны, возникающие в сложных средах. Для выяснения законов распространения волн напряжений используют экспериментальные методы, в частности, метод фотоупругости, позволяющий на моделях маленьких размеров из тонких пластин визуально наблюдать волновые поля и описывать различные волны, возникающие на границах раздела сред.

На основании теории подобия и размерности можно получить условия, необходимые для моделирования процессов, происходящих в натурных конструкциях. Определение условий подобия из общих физических законов, которым подчиняется исследуемое явление, позволяет при моделировании частных задач обходиться без составления уравнений, описывающих частное явление и строить модели по правилам теории подобия.

В методе динамической фотоупругости при моделировании натурной среды и построении модели прежде всего выбирают материал модели.

Анализируя критерии подобия, получаем равенство отношений скоростей продольных волн к скоростям поперечных волн в натуре и модели [1]:

$$\left(\frac{c_p}{c_s}\right)_{\text{н}} = \left(\frac{c_p}{c_s}\right)_{\text{м}}. \qquad (1)$$

Этот критерий подобия указывает на необходимость соблюдения равенства коэффициентов Пуассона ν для натурной и модельной сред:

$$\nu_{\text{н}} = \nu_{\text{м}}. \qquad (2)$$

Зависимость (2) справедлива в случае, если натурная и модельная среды находятся в одинаковых условиях напряженного состояния. Однако при исследованиях методом динамической фотоупругости трехмерная среда в условиях плоской деформации обычно моделируется на плоских моделях, находящихся в условиях плоского напряженного состояния.

Тогда выполнение равенства (1) приведет к условию

$$\nu_{н} = \frac{\nu_{м}}{1 + \nu_{м}}. \tag{3}$$

При этом модули упругости материалов натуры и модели должны быть связаны соотношением

$$E_{н} = \frac{E_{м}(1 - \nu_{м}^{2})\, c_{pн}^{2} \cdot \rho_{н}}{c_{pм}^{2} \cdot \rho_{м}}, \tag{4}$$

а с другой стороны для модуля упругости E согласно [2] имеем:

$$E_{м} = \frac{\beta}{\gamma} E_{н}. \tag{5}$$

В том случае, когда невозможно подобрать материал модели с коэффициентом Пуассона, точно соответствующим условиям (2) и (3) при переходе от модельных данных к напряжениям в натуре вне зоны интерференции волн, следует вводить соответствующие корректирующие множители [1], которые зависят от соотношения коэффициентов Пуассона натуры и модели.

Если разрушающее напряжение для материала оригинала — $R_{н}$, то для материала модели должно иметь место:

$$R_{м} = \beta R_{н}. \tag{6}$$

Когда источник возмущения и импульс, распространяющийся в среде, полностью замоделированы, переход от напряжений в модели к напряжениям в натуре осуществляется согласно зависимости [1]:

$$\sigma_{н} = \frac{\rho_{н} \cdot c_{pн}^{2}}{\rho_{м} \cdot c_{pм}^{2}} \cdot \sigma_{м}. \tag{7}$$

Так как $R_{н}$ и $R_{м}$ являются конечными точками напряжений $\sigma_{н}$ и $\sigma_{м}$, связанных соотношением $\sigma_{м} = \beta \cdot \sigma_{н}$, то согласно (7) имеем:

$$\beta = \frac{\rho_{м} \cdot c_{pм}^{2}}{\rho_{н} \cdot c_{pн}^{2}}. \tag{8}$$

Согласно (4) и (5) получим:

$$\frac{\beta}{\gamma} = \frac{c_{pм}^{2} \cdot \rho_{м}}{c_{pн}^{2} \cdot \rho_{н}(1 - \nu_{м}^{2})}, \tag{9}$$

откуда, с учетом (8):

$$\gamma = 1 - \nu_{м}^{2}. \tag{10}$$

Из основной теоремы подобия имеем для смещений следующее соотношение:

$$u_м = \alpha \cdot \gamma \cdot u_н , \tag{11}$$

отсюда, подставляя (10), получим:

$$u_н = \frac{u_м}{\alpha(1-\nu_м^2)} . \tag{12}$$

При разделении напряжений $\sigma_1 - \sigma_2$ в слоистых моделях на основании картин полос в режиме «лупы времени» было установлено [3], что форма продольной волны за экраном меняется незначительно по сравнению с однородной средой, а соотношения σ_r и σ_θ за экраном принимаются такими же, как в однородной пластинке на тех же расстояниях, т. е.

$$\left(\frac{\sigma_\theta}{\sigma_r}\right)_о = \left(\frac{\sigma_\theta}{\sigma_r}\right)_л . \tag{13}$$

В [3] приведены динамические характеристики для однородной среды и слоистых сред в тонких пластинках, при исследованиях методом динамической фотоупругости.

Для этих сред, соответственно, имеем:
относительные тангенциальные деформации —

$$\varepsilon_\theta^{ом(ям)} = -\frac{1+\nu_м}{E_м} \cdot \frac{\sigma^{(1,0)}_{о.\,д.}}{d} \int\limits_r \frac{m_{0(\alpha)}}{r} dr; \tag{14}$$

относительные радиальные деформации —

$$\varepsilon_r^{ом(ям)} = -\frac{1+\nu_м}{d} \cdot \frac{\sigma^{(1,0)}_{о.\,д.}}{d} \left(\int \frac{m_{0(\alpha)}}{r} dr + m_{0(\alpha)}\right); \tag{15}$$

радиальные напряжения —

$$\sigma_r^{ом(ям)} = -\frac{\sigma^{(1,0)}_{о.\,д.}}{d(1-\nu_м)} \left[(1+\nu_м) \int\limits_r \frac{m_{0(\alpha)}}{r} dr + m_{0(\alpha)}\right]; \tag{16}$$

тангенциальные напряжения —

$$\sigma_r^{ом(ям)} = -\frac{\sigma^{(1,0)}_{о.\,д.}}{d(1-\nu_м)} \left[(1+\nu_м) \int\limits_r \frac{m_{0(\alpha)}}{d} dr + \nu_м \cdot m_{0(\alpha)}\right]; \tag{17}$$

радиальное смещение —

$$u_r^{ом(ям)} = -\frac{1+\nu_м}{E_м} \cdot \frac{\sigma^{(1,0)}_{о.\,д.} \cdot r}{d} \int\limits_r \frac{m_{0(\alpha)}}{r} dr. \tag{18}$$

Подставляя (19) в выражение амплитуды волны

$$A_{o(\alpha)} = \frac{4\pi^2 \cdot u_r^{\text{ом(лм)}}}{T^2_{o(\alpha)}}, \tag{19}$$

получим:

$$A^{\text{м}}_{o(\alpha)} = -\frac{4\pi^2 \cdot \sigma^{(1.0)}_{\text{о. д.}}}{T^2_{o(\alpha)} \cdot E_{\text{м}}} \cdot \frac{r \cdot (1 + \nu_{\text{м}})}{d} \int\limits_r \frac{m_{o(\alpha)}}{r} dr. \tag{20}$$

В формулах (13) ... (20) параметры с индексами «0» относятся однородной среде, а с индексами «n» и «α» — слоистой среде за экраном.

Используем выражение (20) для энергии в падающей волне [4]:

$$E_{\text{пад}} = \frac{(\omega\rho_1)^2 \cdot A_0^2}{2\rho c} \tag{21}$$

и в прошедшей через экран волне:

$$E_{\text{пр}} = \frac{(\omega\rho_1)^2 A_\alpha^2 |1 + v|^2}{2\rho c}, \tag{22}$$

где выражение v определяется через акустические жесткости сред следующим образом:

$$v = \frac{\rho_1 c_1 - \rho c}{\rho_1 c_1 + \rho c}, \tag{23}$$

здесь ρ_1, ρ — плотности экрана и среды, c_1 и c — скорости волн в слое и среде.

Совместно решая (20) ... (22), получим выражения для энергии падающей и прошедшей через экран волны:

$$E_{\text{пад}} = \frac{(\omega\rho_1)^2}{2\rho c} \left| \frac{4\pi^2 \cdot \sigma^{(1.0)}_{\text{о. д.}}}{T_0^2 \cdot E_m} \cdot \frac{r\,(1 + \nu_{\text{м}})}{d} \int\limits_r \frac{m_0}{r} dr \right|^2; \tag{24}$$

$$E_{\text{пр}} = \frac{2\,(\omega c_1 \rho_1^2)^2}{\rho c\,(\rho_1 c_1 + \rho c)} \left[\frac{4\pi^2 \sigma^{(1.0)}_{\text{о. д.}}}{T_\alpha^2 \cdot E_m} \cdot \frac{r\,(1 - \nu_{\text{м}})}{d} \int\limits_r \frac{m_\alpha}{r} dr \right]^2. \tag{25}$$

Используя формулы (3) ... (12) и проведя соответствующие преобразования для выражений динамических характеристик (14) ... (18) в модели, получим выражение динамических характеристик для подобной однородной и слоистой натурных сред:
относительные тангенциальные деформации —

$$\varepsilon_\theta^{\text{он(лн)}} = -\frac{c^2_{p\text{н}} \rho_{\text{н}}}{E_{\text{н}} (1 - \nu_{\text{н}})\, c_{p\text{м}}} \int\limits_r \frac{\dot{u}^{\text{м}}_{o(\alpha)}}{r} dr; \tag{26}$$

относительные радиальные деформации —

$$\varepsilon_r^{\text{он}(лн)} = -\frac{c_{рн}^2 \cdot \rho_н}{E_н(1-\nu_н)\cdot c_{рм}}\left[\int_r \frac{\dot{u}^{м}_{0(\alpha)}}{r}\,dr + \dot{u}^{м}_{0(\alpha)}\right]; \tag{27}$$

радиальные напряжения —

$$\sigma_r^{\text{он}(лк)} = -\frac{\rho_н \cdot c_{рн}^2(1-\nu_н)}{c_{рм}(1-2\nu_н)}\left|\frac{1}{1-\nu_н}\int_r \frac{\dot{u}^{м}_{0(\alpha)}}{r}\,dr + \dot{u}^{м}_{0(\alpha)}\right|; \tag{28}$$

тангенциальные напряжения —

$$\sigma_\theta^{\text{он}(лк)} = -\frac{\rho_н \cdot c_{рн}^2}{c_{рм}(1-2\nu_н)}\left[\int_r \frac{\dot{u}^{м}_{0(\alpha)}}{r}\,dr + \nu_н \dot{u}^{м}_{0(\alpha)}\right]; \tag{29}$$

радиальные смещения —

$$u_r^{\text{он}} = -\frac{h_н \cdot c_{рн}^2 \cdot \rho_н \cdot r}{h_м \cdot E_н\, c_{рм}(1-\nu_н)}\int_r \frac{\dot{u}^{м}_{0}}{r}\,dr; \tag{30}$$

$$u_r^{\text{пн}} = -\frac{h_н \cdot r_н}{h_м \cdot E_н}\cdot\frac{c_{рн}^2 \cdot \rho_н}{c_{рм}(1+\nu_н)}\int_r \frac{\dot{u}^{м}_{z}}{r}\,dr. \tag{31}$$

Арморгтехстрой 1. X. 1982

Ա. Գ. ՄԵԼԻՔ-ԵԼՉՅԱՆ

ԴԻՆԱՄԻԿ ԲԵՌՆՎԱԾՈՒԹՅԱՆ ՆՈՒՅՆՈՒԹՅԱՆ ՈՐՈՇ ՀԱՐՑԵՐԸ

Ամփոփում

Լուսաբանված է դինամիկ ֆոտոառաձգականության մեթոդով ստացված լարման պատկերումը։

Ունենալով մոդելի պարամետրերը և փորձնական ճանապարհով ստացված նրա տեղափոխման արագության կինոգրամման, ըստ հոդվածում բերված բանաձևերի կարելի է ստանալ համասեռ և շերտավոր բնական միջավայրերում տարածվող ալիքի դինամիկական բնութագրերը։

ЛИТЕРАТУРА

1. Метод фотоупругости. Под общ. ред. Хесина Г. Л.— М.: Стройиздат, т. 2, 1975.— 367 с.
2. *Назаров А. Г., Шагинян С. А.* Руководство по исследованию механических свойств строительных конструкций на моделях.— Ленинакан: Изд. АН АрмССР, ИГИС, 1966.— 58 с.
3. *Мелик-Елчян А. Г., Акопян К. А.* Рекомендации по повышению прочности зданий в сейсмических районах. — Тула: Приокское кн. изд., ч. I, 1977.— 67 с.
4. *Мелик-Елчян А. Г.* Рекомендации по повышению прочности зданий методом экранирования сейсмических волн.— Тула: Приокское кн. изд., ч. II, 1980.— 137 с.