

СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА

В. В. ПИНАДЖЯН, А. В. ДАНДУРОВА

К РАСЧЕТНОЙ ОЦЕНКЕ НЕСУЩЕЙ СПОСОБНОСТИ  
 СЖАТЫХ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КОЛОНН

1. Анализ результатов испытания железобетонных колонн различной гибкости на сжатие показывает, что исчерпание их несущей способности в зависимости от соотношения геометрических параметров колонн, величины эксцентриситета приложения продольной нагрузки и прочностных характеристик бетона и арматуры наступает вследствие дробления бетона в сжатой зоне сечения, возникновения в растянутой арматуре значительных деформаций или вследствие потери устойчивости равновесия.

Ниже приводится приближенное решение задачи для случая, когда прямолинейная колонна прямоугольного сечения высотой  $h$  и шириной  $b$ , с шарнирно закрепленными концами, сжата силами, приложенными с одинаковым эксцентриситетом  $e$ . Допускается, что связь между напряжениями и деформациями бетона в сжатой зоне и арматуры в растянутой зоне описывается диаграммой Прандтля (рис. 1); при деформированном состоянии колонны сохраняется гипотеза плоских сечений и ее ось описывается уравнением синусоиды; работа арматуры в сжатой зоне сечения не учитывается; плоская форма изгиба устойчива; радиус инерции железобетонного сечения, приведенного к бетону, равен:

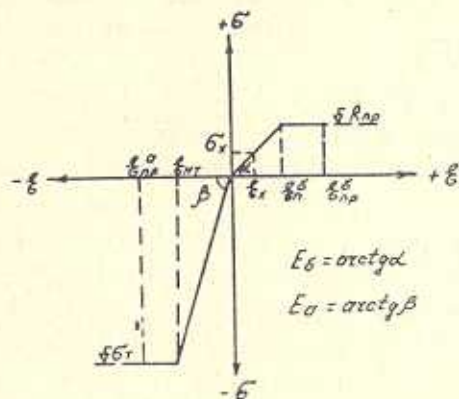


Рис. 1. Идеализированная диаграмма  $\sigma-\epsilon$  при сжатии бетона и растяжении арматуры.

$$r_n = \sqrt{\frac{J_n}{F_n}} = h \sqrt{\frac{1 + 6n\mu}{12(1 + n\mu)}} = h\theta, \quad (1.1)$$

где 
$$\mu = \frac{F_a}{bh}; \quad n = \frac{E_a}{E_b}.$$

На основании принятых допущений кривизна оси колонны в середине ее высоты (опасное сечение) может быть представлена в следующем виде:

$$\frac{1}{\rho} = (y)'' = -\frac{\pi^2 f}{l^2} = -\frac{\epsilon_n^0}{c} = -\frac{R_{np}}{E_0 c}. \quad (1.2)$$

В силу (1, 2) находим выражение, по которому при одном из возможных напряженных состояний опасного сечения (рис. 2) определяется несущая способность колонны:

$$\lambda^2 = \frac{\pi^2 b^2 E_0}{R_{np}} \bar{f}. \quad (1.3)$$

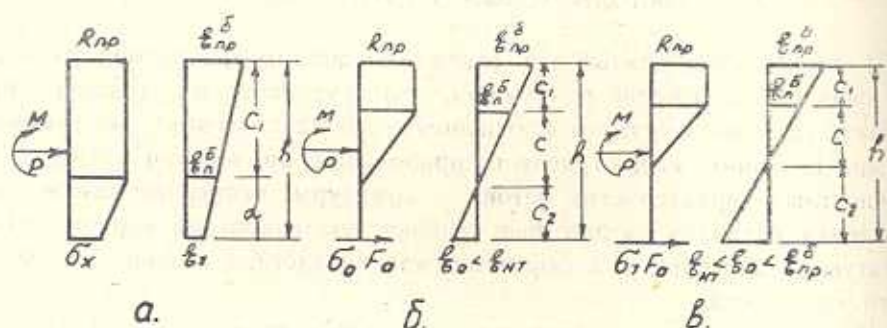


Рис. 2. Напряженные состояния внешнетрещотно-сжатого железобетонного элемента прямоугольного сечения: а) I; б) II; в) III.

В формулах (1.1)—(1.3):  $l$  — расчетная длина колонны;  $\lambda = l/r_n$  — гибкость колонны в плоскости изгиба;  $y$  — прогиб оси колонны в середине пролета, отсчитанный от линии действия продольных сил;  $f, \bar{f} = f/h$  и  $c, \bar{c} = c/h$  — соответственно, абсолютная и относительная величина стрелы прогиба колонны и высоты упругого ядра в сжатой части сечения, отсчитанные от нейтральной оси;  $F_a$  — площадь сечения растянутой арматуры;  $\mu$  — коэффициент армирования сечения;  $E_0$  — начальный модуль упругости бетона;  $E_a$  — модуль упругости арматуры.

2. Для напряженного состояния I (рис. 2а) в соответствии с рис. 1

$$\frac{R_{np}}{\sigma_x} = \frac{\epsilon_n^0}{\epsilon_x} = \frac{c}{c + c_1 - h},$$

откуда

$$\sigma_x = R_{np} \frac{c + c_1 - h}{c}. \quad (2.1)$$

Обозначая через  $K$  отношение  $\frac{\epsilon_{np}^0}{\epsilon_n^0} = \frac{c + c_1}{c}$ , находим

$$c = \frac{c_1}{K - 1}. \quad (2.2)$$

Условия равновесия между внешними и внутренними усилиями, согласно рис. 2а:

$$P = R_{np} b c_1 + \frac{R_{np} + \sigma_x}{2} b (h - c_1); \quad (2.3)$$

$$M + \frac{Ph}{2} - \frac{R_{np} b h^2}{2} + \frac{(R_{np} - \sigma_x)(h - c_1)^2 b}{6} = 0. \quad (2.4)$$

Обозначая через  $\varphi = \frac{P}{R_{np} b h}$ , из (2.3) получим выражение для относительной высоты пластической зоны в сжатой части сечения:

$$c_1 = \frac{K - \varphi}{K - 1} - \sqrt{\left(\frac{K - \varphi}{K - 1}\right)^2 - 1}. \quad (2.5)$$

Имея в виду, что

$$M = Py = \varphi R_{np} b h (f + e),$$

а относительный эксцентриситет приложения продольной силы:  $m = \frac{e}{h}$ , на основании (2.4) после преобразований получим:

$$\bar{f} = \frac{1}{2\varphi} \left[ 1 - \frac{(K - 1)(1 - \bar{c}_1)^3}{3\bar{c}_1} - \frac{m\varphi}{3} - \varphi \right]. \quad (2.6)$$

а из (1.3) в силу (2.2) —

$$i^2 = \frac{\pi^2 \theta^2 E_6}{R_{np} (K - 1)} \bar{f} \bar{c}_1. \quad (2.7)$$

3. Для напряженного состояния II в соответствии с рис. 1 и рис. 2б:

$\frac{\varepsilon_n^0}{\varepsilon_s} = \frac{c}{c_2}$ , поэтому напряжения в растянутой арматуре:

$$\sigma_u = n R_{np} \frac{c_2}{c}. \quad (3.1)$$

Условия равновесия между внешними и внутренними усилиями согласно рис. 2б:

$$P = R_{np} b c_1 + \frac{R_{np} b c}{2} - n R_{np} \frac{c_2}{c} F_a; \quad (3.2)$$

$$M + \frac{Ph}{2} - R_{np} c_1 b \left( h - \frac{c_1}{2} \right) - \frac{R_{np} c b}{2} \left( h - c_1 - \frac{1}{3} c \right) = 0. \quad (3.3)$$

Из выражения (3.2) с учетом (2.2) после преобразований получим:

$$\begin{aligned} \bar{c}_1 = & -\frac{(K - 1)(K n \mu - \varphi)}{1 + 2(K - 1)} + \\ & + (K - 1) \sqrt{\left[ \frac{K n \mu - \varphi}{1 + 2(K - 1)} \right]^2 + \frac{2 n \mu}{1 + 2(K - 1)}}, \end{aligned} \quad (3.4)$$

а из (3.3) —

$$\bar{f} = \frac{1}{2\varphi} \left\{ \frac{\bar{c}_1}{K-1} \left[ 1 - \bar{c}_1 - \frac{\bar{c}_1}{3(K-1)} \right] + 1 - (1 - \bar{c}_1)^2 - \frac{m\varphi}{3} - \varphi \right\}. \quad (3.5)$$

4. В случае, когда напряжения в растянутой арматуре достигают предела текучести, усилие в ней будет равно  $\sigma_T F_a$  (рис. 2в). Для рассматриваемого случая осевая сила равна:

$$P = R_{np} b c_1 + \frac{R_{np} b c}{2} - \sigma_T F_a. \quad (4.1)$$

Из (4.1) с учетом (2.2) после преобразований получим:

$$\bar{c}_1 = \frac{(K-1) \left( \varphi + \nu \frac{\sigma_T}{R_{np}} \right)}{K-0,5}. \quad (4.2)$$

Для рассматриваемого случая значения  $M$  и  $\bar{f}$  определяются уравнениями (3.3) и (3.5).

5. Граница между областями напряженных состояний I и II определяется из условия  $\varepsilon_a = 0$  или

$$c + c_1 = h. \quad (5.1)$$

На основании гипотезы плоских сечений:

$$\frac{\varepsilon_{np}^0}{\varepsilon_n^0} = \frac{c + c_1}{c} = K,$$

откуда с учетом (5.1):

$$\bar{c}_1 = \frac{K-1}{K}. \quad (5.2)$$

Исходя из условия равновесия между внешними и внутренними силами, получим:

$$P = R_{np} b c_1 + \frac{R_{np} b c}{2}, \quad (5.3)$$

откуда с учетом (5.1):

$$\bar{c}_1 = 2\varphi - 1. \quad (5.4)$$

На основании (5.2) и (5.4) определяем выражение граничной линии между областями напряженных состояний, представленных на рис. 2а и рис. 2б:

$$\varphi_{I-II} = \frac{K-0,5}{K}. \quad (5.5)$$

6. Границу между областями напряженных состояний II и III (рис. 2б и рис. 2в) находим из условия  $\varepsilon_a = \varepsilon_{нт}$ . В рассматриваемом случае:

$$\frac{\varepsilon_{нт}^0}{\varepsilon_{II}^0} = \frac{c + c_1}{c} = K, \quad \text{откуда } c_1 = (K - 1)c; \quad (6.1)$$

$$\frac{\varepsilon_{III}^0}{\varepsilon_{II}^0} = \frac{c_2}{c} = \alpha_a, \quad \text{откуда } c_2 = \alpha_a c, \quad (6.2)$$

где

$$c_1 + c + c_2 = h. \quad (6.3)$$

Из приведенных выражений получим:

$$\bar{c} = \frac{1}{K + \alpha_a}. \quad (6.4)$$

При совместном решении (3.2), (6.1), (6.2), (6.4) после преобразований находим выражение, описывающее границу между областями напряженных состояний II и III:

$$\varphi_{II-III} = \frac{K - 0,5}{K + \alpha_a} - \mu \alpha_a. \quad (6.5)$$

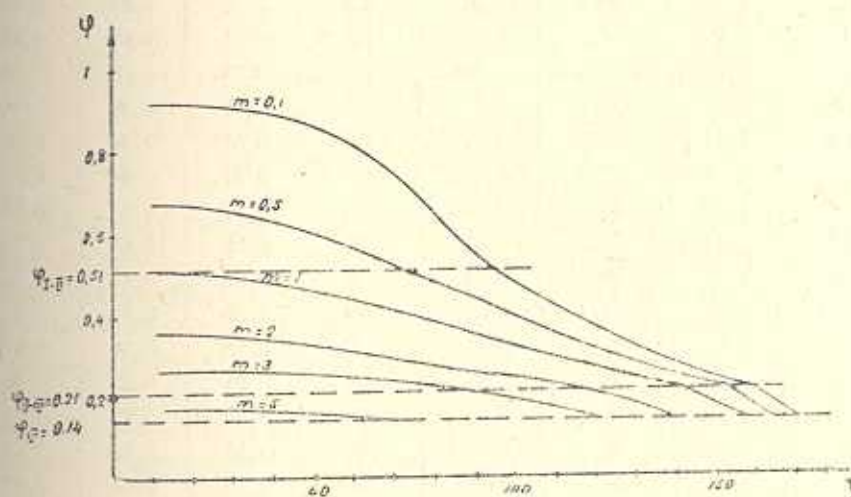


Рис. 3. Значения  $\varphi = \varphi(\lambda, m)$  для внецентренно-сжатых железобетонных колонн прямоугольного сечения, вычисленные по предлагаемой методике. Штриховые линии показывают границы областей характерных напряженных состояний.

7. Нижнюю границу напряженного состояния III получим из условия  $\varepsilon_a = \varepsilon_{нт}^0$ . В рассматриваемом случае:

$$\frac{\varepsilon_a}{\varepsilon_{II}^0} = \frac{c_2}{c} = K,$$

откуда

$$c_2 = Kc. \quad (7.1)$$

На основании (4.1), (6.1), (6.3), (7.1) находим выражение, описывающее нижнюю границу напряженного состояния, представленного на рис. 2в:

$$\varphi_{III} = \frac{K - 0,5}{2K} - \mu \frac{\sigma_T}{R_{np}}. \quad (7.2)$$

8. Численные значения коэффициента  $\varphi$  внецентренно-сжатых железобетонных колонн в зависимости от  $m$  и  $\lambda$  при заданных расчетных параметрах ( $R_{np}$ ,  $n$ ,  $E_0$ ,  $\mu$ ,  $K$ ,  $\sigma_T$ ) реализованы по предложенному методу на ЭВМ „Наири-2“.

Для иллюстрации на рис. 3 представлены кривые зависимости  $\varphi = \varphi(\lambda, m)$  для случая, когда  $R_{np} = 64 \text{ МПа}$ ,  $n = 6$ ,  $E_0 = 3,3 \cdot 10^4 \text{ МПа}$ ,  $\mu = 0,03$ ,  $K = 1,03$ ,  $\sigma_T = 240 \text{ МПа}$ .

Совоставление расчетных и экспериментальных величин  $\varphi$  для внецентренно-сжатых железобетонных колонн при  $l/h = 5,4$

Таблица

№№ колонн	$m$	$R_{np}$ , МПа	$\mu$	$\sigma_T$ , МПа	$\varphi_s$	$\varphi_T$	$\frac{\varphi_T}{\varphi_s}$
KII-1	0,86	35,5	0,01	324	0,83	0,67	0,81
KII-2	0,86	35,5	0,01	324	0,82	0,66	0,80
KIII-1	0,86	36	0,004	422	0,71	0,66	0,93
KIII-2	0,85	36	0,004	433	0,75	0,66	0,88
KIV-1	1,7	26	0,01	329	0,50	0,49	0,98
KIV-2	1,71	26,8	0,01	326	0,51	0,49	0,96
KV-1	1,73	29,2	0,003	427	0,47	0,44	0,94
KV-2	1,73	30	0,003	433	0,44	0,43	0,98
KVI-1	1,71	29,5	0,01	330	0,66	0,48	0,73
KVI-2	1,75	30	0,01	328	0,65	0,47	0,72
KVII-1	2,59	38,4	0,01	324	0,35	0,34	0,97
KVII-2	2,6	39,9	0,01	332	0,35	0,34	0,97
KIX-1	3,45	35,4	0,01	324	0,28	0,27	0,96
KIX-2	3,46	35,1	0,01	324	0,3	0,28	0,93
KX-1	5,83	34,5	0,01	326	0,15	0,13	0,87
KX-2	5,88	34,5	0,01	330	0,15	0,13	0,87
KXII-1	5,88	34,5	0,007	432	0,12	0,13	1,08
KXII-2	5,83	34,5	0,007	432	0,12	0,13	1,08
KXIII-1	3,46	28,2	0,003	443	0,19	0,19	1
KXIII-2	3,47	29,1	0,003	429	0,17	0,18	1,06
KXVI-1	5,88	29,1	0,003	432	0,08	0,07	0,88
XXVI-2	5,83	30,6	0,003	422	0,07	0,07	1
KVIII-1	2,58	35	0,003	424	0,26	0,27	1,04
KVIII-2	2,6	37	0,003	424	0,26	0,27	1,04
KXI-1	3,41	33	0,007	432	0,25	0,27	1,08
KXI-2	3,41	35	0,007	438	0,23	0,26	1,13

В приведенной таблице численные значения  $\varphi_1$ , вычисленные по предлагаемым формулам, сопоставлены с соответствующими экспериментальными значениями  $\varphi_3$ , полученными в НИИЖБ для железобетонных колонн при различных относительных эксцентриситетах приложения продольной силы [1].

Табличные данные свидетельствуют об удовлетворительной сходимости расчетных и экспериментальных значений  $\varphi$ .

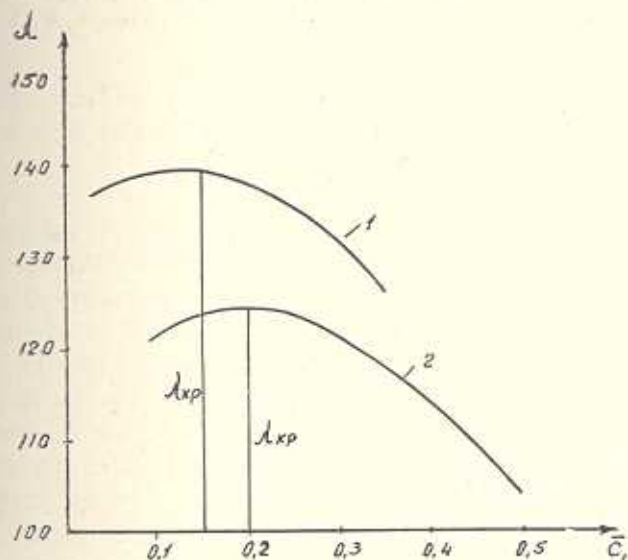


Рис. 4. Кривые состояния равновесия внецентренно-сжатых железобетонных колонн при: 1 —  $m=2$ ; 2 —  $m=1$ .

Анализ полученных результатов показывает, что для колонн малой и средней гибкости исчерпание несущей способности наступает вследствие разрушения бетона в сжатой зоне или возникновения в растянутой арматуре напряжений, равных или превышающих предел текучести. Потеря устойчивости колонны, обусловленная нарушением равновесия между внутренними и внешними силами, может иметь место при больших значениях  $\lambda$ . В этом случае задача сводится к определению экстремального значения функции (1.3) в зависимости от  $\bar{c}_1$  (рис. 4).

ЕрПИ им. К. Маркса

18. VII. 1984

Վ. Վ. ՓԻՆԱՋՅԱՆ և Ա. Վ. ԳԱՆԳՈՐՈՎԱ

ՍԵՂՎԱԾ ԵՐԿԱՔԲԵՏՈՆԵ ՍՅԱՆ ԿՐՈՂՈՐԵԱԿՈՒԹՅԱՆ ՀԱՆՎԱՐԿԱՅԻՆ ԳՆԱՀԱՏՄԱՆ ՎԵՐԱՔԵՐՅԱԼ

Ա Վ Փ Ն Վ Ն Վ

Տրված է արտակենտրոն սեղմված երկաթբետոնե սյան կրողունակության գնահատման մոտավոր վերլուծական մեթոդ՝ հաշվի առնելով ցանկացած

Տեղանությունը, որի համար սահմանային բեռը սյան վրա կարող է բերել սեղմված գրտում բետոնի բայթայմանը, ձգված ամրանում հոսունության սահմանի և երկրորդ սեռի կայունության կորուստի:

## Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Чистяков Е. А., Мамедов С. С. Деформации висцентренно сжатых железобетонных элементов в стадии, близкой к разрушению.—В сб.: НИИЖБ «Теория железобетона», посвящ. 75-летию со дня рожд. проф. А. А. Гвоздева. М.: Стройиздат, 1972, с. 116—123.

