ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

Տեխնիկական գիտութ. սերիա XXXVIII, № 6, 1985 Серия технических наук

ЭНЕРГЕТИКА

М. А. БАЛАБЕКЯН, Г. С. МАРКАРЯН

# ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСТАНОВИВШИХСЯ РЕЖИМОВ БОЛЬШИХ ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ СИСТЕМ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СЛАБОЗАПОЛНЕННОЙ МАТРИЦЫ ЯКОБИ

*Введение.* При анализе электроэнергетических систем с помощью ЭВМ наиболее часто выполняются расчеты установившихся режимов. Они чаще применяются при планировании, эксплуатации и управлении электроэнергетических систем. С разработкой эффективных вычислительных алгоритмов эти расчеты используются также при оценке надежности больших систем и определении экономичных (оптимальных) режимов. В настоящее время существует много методов расчета потокораспределения, среди которых выгодно отличается метод Ньютона—Рафсона. Квадратичная сходимость метода Ньютона—Рафсона быстрее, чем любого другого расчета потокораспределения, однако его реализация может оказаться неэффективной по затратам машинного времени и памяти. Благодаря работам по использованию слабой заполненности [1—3] при программировании решения нелинейных задач выявились большие преимущества и целесообразность применения метода Ньютона—Рафсона. Цель данной работы — разработка алгоритма расчета установившихся режимов энергосистем методом Ньютона—Рафсона с использованием слабозаполненной структуры матрицы Якоби, осуществляемой с помощью упорядоченного исключения.

*Постановка и решение задачи.* Для заданной электрической сети уравнения узловых напряжений при $Y$-форме задания состояния сети можно представить в виде:

$$\sum_{j=1}^{n} Y_{ij} \dot{U}_j = \dot{I}_i - Y_{i\text{б}} \dot{U}_\text{б}, \qquad i = 1, 2, \ldots, n, \tag{1}$$

где $\dot{I}_i$ — вектор узловых комплексных токов, определяемый как

$$\dot{I}_i = \frac{S_i}{\hat{U}_i}; \tag{2}$$

$S_i = P_i - jQ_i$ — вектор комплексных мощностей в узлах; $Y_{ij} = g_{ij} + jb_{ij}$ — матрица комплексных узловых проводимостей;

$\dot{U}_j = U'_j + jU''_j$ — вектор комплексных напряжений в узлах; $Y_{i6} = g_i^6 + jb_i^6$ — вектор-столбец матрицы $Y_{ij}$, соответствующий базисному узлу; $U_6 = U'_6 + jU''_6$ — комплексное напряжение базисного узла; $n$ — число узлов в системе.

Подставляя (2) в (1), получаем:

$$S_i - \hat{U}_i \sum_{j=1}^{n} Y_{ij} \dot{U}_j - \hat{U}_i Y_{i6} \dot{U}_6 = 0. \tag{3}$$

Уравнения (3) нелинейны и решаются итеративным способом. На первой и промежуточных итерациях уравнения не удовлетворяются, поскольку существует дисбаланс мощностей

$$\Delta S_i = S_i - \hat{U} \sum_{j=1}^{n} Y_{ij} \dot{U}_j - \hat{U}_i Y_{i6} \dot{U}_6 . \tag{4}$$

Значение $\Delta S$ стремится к нулю на конечной итерации. Выделяя действительную и мнимую части, соответствующие активным и реактивным мощностям узла $i$, уравнения (4) принимают вид:

$$\begin{cases} f_{p_i} = \Delta P_i = P_i - \sum\limits_{j=1}^{n} g_{ij}(U'_i U'_j + U''_i U''_j) + \sum\limits_{j=1}^{n} b_{ij}(U'_i U''_j - U''_i U'_j) + \\ \quad + U'_i(g_i^6 U'_6 - b_i^6 U''_6) + U''_i(g_i^6 U''_6 + b_i^6 U'_6) = 0, \quad i = 1, 2, \ldots, n; \\ f_{q_i} = \Delta Q_i = Q_i + \sum\limits_{j=1}^{n} g_{ij}(U'_i U''_j - U''_i U'_j) + \sum\limits_{j=1}^{n} b_{ij}(U'_i U'_j + U''_i U''_j) - \\ \quad - U'_i(g_i^6 U''_6 + b_i^6 U'_6) + U''_i(g_i^6 U'_6 - b_i^6 U''_6) = 0, \quad i = 1, 2, \ldots, n, \end{cases} \tag{5}$$

где дисбалансы $\Delta P_i$ и $\Delta Q_i$ стремятся к нулю на конечной итерации.

Из (5) видно, что каждому узлу соответствуют четыре переменные $P_i$, $Q_i$, $U'_i$, $U''_i$. Для решения уравнения задаются двумя переменными и определяют две остальные. В статье рассматривается случай, когда в балансирующем узле заданы $U'_i$ и $U''_i$, а в остальных узлах — $P_i$ и $Q_i$. При этом необходимо определить для балансирующего узла $P$ и $Q$, а для остальных — $U'_i$ и $U''_i$.

Для решения задачи потокораспределения, сформулированной в виде (5), применяется метод Ньютона—Рафсона. Применяя к системе нелинейных алгебраических уравнений (5) итерационный метод Ньютона—Рафсона, получаем:

$$\left[\begin{array}{c} U'_i \\ \hline U''_i \end{array}\right]^{k+1} = \left[\begin{array}{c} U'_i \\ \hline U''_i \end{array}\right]^{k} - \left[\begin{array}{c|c} \partial f_{p_i}/\partial U'_i & \partial f_{p_i}/\partial U''_i \\ \hline \partial f_{q_i}/\partial U'_i & \partial f_{q_i}/\partial U''_i \end{array}\right]^{-1} \times \left[\begin{array}{c} f_{p_i} \\ \hline f_{q_i} \end{array}\right] \tag{6}$$

или же

$$W(X^{(k)}) \cdot \Delta X^{(k)} = -f(X^{(k)}), \tag{7}$$

где $\Delta X^{(k)} = \begin{bmatrix} \frac{U'_i}{U''_i} \end{bmatrix}^{k+1} - \begin{bmatrix} \frac{U'_i}{U''_i} \end{bmatrix}^{k}$; $W(X^{(k)}) = \left[ \begin{array}{c|c} \partial f_{p_i}/\partial U'_i & \partial f_{p_i}/\partial U''_i \\ \hline \partial f_{q_i}/\partial U'_i & \partial f_{q_i}/\partial U''_i \end{array} \right]$ —

матрица Якоби; $f(X^{(k)}) = \begin{bmatrix} f_{p_i} \\ f_{q_i} \end{bmatrix}$.

Значения неизвестных для следующей итерации определяются следующим образом:

$$X^{(1)} = X^{(0)} + \Delta X^{(0)}. \tag{8}$$

Процесс повторяется, пока не будет получено достаточно точное решение

$$\Delta X^{(k)} = X^{(k+1)} - X^{(k)} \leqslant \varepsilon. \tag{9}$$

Обычно для большинства практических задач требуются лишь три-четыре итерации.

Матрица Якоби имеет такую же слабозаполненную структуру, как и матрица узловых проводимостей $Y_{ij}$. Поэтому решаем уравнение (7), используя слабозаполненность матрицы по методу оптимального упорядоченного разложения матрицы на треугольные сомножители [4, 5]. Метод состоит из двух частей: а) схемы упорядочения операций, которые обеспечивают сохранение разреженности первоначальной схемы; б) схемы записи операций разложения матрицы на треугольные множители. Любую часть метода можно применять независимо, однако наибольший выигрыш достигается при совместном использовании обеих частей, что и применено в данной статье. Обычно разложение достигается исключением элементов в последовательных столбцах ниже главной диагонали. С точки зрения программ машинного вычисления разреженной матрицы гораздо выгоднее исключить элементы в последовательных строках. С точки зрения эффективности расчета алгоритм упорядочения применяют до приведения матрицы к треугольному виду. Существуют некоторые эффективные алгоритмы упорядочения матрицы. Нами применен следующий принцип. Строки матрицы первоначально нумеруются, согласно внешнему критерию (по номерам узлов энергосистемы), а затем перенумеровываем в соответствии с нижеизложенным алгоритмом. Нумерация строк производится таким образом, что на каждом шаге процесса следующей, подлежащей обработке, становится строка с наименьшим числом ненулевых членов. Если более чем одна строка удовлетворяет этому критерию, то выбирается любая из них. После перенумерации всей матрицы согласно [4] определяем таблицу множителей

$$\begin{matrix} d_{11} & u_{12} & u_{13} \cdots u_{1n}, \\ l_{21} & d_{22} & u_{23} \cdots u_{2n}, \\ \cdot & \cdot & \cdot \cdots \cdot \\ l_{n1} & l_{n2} & l_{n3} \cdots d_{nn}, \end{matrix} \tag{10}$$

После этого определяем некоторые специальные матрицы, выраженные через элементы таблицы множителей (10). Эти матрицы отличаются от единичной матрицы только отмеченными строками и столбцами:

$$D_i\text{-строка } i = (0,\ 0,\ 0,\ \dots,\ d_{ii},\ 0,\ 0,\ \dots,\ 0{,}0);$$

$$L_i\text{-столбец } i = (0,\ 0,\ 0,\ \dots,\ 1\ -l_{i+1,\,i},\ -l_{i+2,\,i},\ \dots,\ -l_{n-1,\,i},\ -l_{n,\,i});$$

$$U_i\text{-строка } i = (0,\ 0,\ 0,\ \dots,\ 1,\ -u_{i,\,i+1},\ -u_{i,\,i+2},\ \dots,\ -u_{i,\,n-1},\ -u_{i,\,n}).$$

Имея матрицы $D_i$, $L_i$ и $U_i$, решение можно получить следующим уравнением [4]:

$$U_1 U_2 \cdots U_{n-1} D_n L_{n-1} D_{n-1} L_{n-2} D_{n-2} \cdots L_2 D_2 L_1 D_1 \cdot f(x) = \Delta X. \qquad (11)$$

Значения неизвестных для следующей итерации определяются по уравнению (8). Процесс повторяется, пока не будет получено достаточно точное решение.

По вышеуказанному алгоритму составлена Фортран-программа, с помощью которой производится расчет установившихся режимов больших энергосистем.

АрмНИИЭ

10. VII. 1984

Մ. Ա. ԲԱԼԱՐԵԿՅԱՆ, Հ. Ս. ՄԱՐԳԱՐՅԱՆ

## ՄԵԾ ԷԼԵԿՏՐԱԷՆԵՐԳԵՏԻԿԱԿԱՆ ՀԱՄԱԿԱՐԳԵՐԻ ՀԱՍՏԱՏՎԱԾ ՌԵԺԻՄՆԵՐԻ ՈՐՈՇՈՒՄԸ՝ ՍԱԿԱՎ ԼՐԱՑՎԱԾ ՅԱԿՈԲՅԱՆ ՄԱՏՐԻՑԱՅԻ ՕԳՏԱԳՈՐԾՄԱՄԲ

### Ամփոփում

*Էլեկտրաէներգետիկական համակարգերի հաստատված ռեժիմների հաշվարկման ժամանակ օգտագործվող մի շարք մեթոդներից կարելի է առանձնացնել Նյուտոն-Ռաֆսոնինը, որն ապահովում է ոչ գծային հավասարումների համակարգի լուծման ավելի արագ զուգամիտում։ Սակայն այդ մեթոդը կարելի է օգտագործել ոչ միշտ, քանի որ նրա իրագործումը շահավետ չի էլեկտրոնային հաշվիչ մեքենայի օպերատիվ հիշողության սահմանափակության և հաշվարկման ժամանակի մեծության պատճառով։*

*Այդ մեթոդով մեծ էլեկտրոհամակարգերի հաստատված ռեժիմների ոչ գծային հավասարումների համակարգի արագ և հուսալի լուծման համար առաջարկվում է օգտագործել սակավ լրացված Յակոբյան մատրիցաները, և ամեն մի իտերացիայում գծային հավասարումների լուծման ժամանակ կիրառել կարգավորված արտաքսման եղանակը։ Սակավ լրացված մատրիցայի բազմապատկիչների միջոցով լուծելով հավասարումների համակարգը՝ կարելի է հասնել մեքենայական ժամանակի և օպերատիվ հիշողության էական կրճատման։*

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Тьюарсон Р.* Разряженные матрицы.— М.: Мир, 1977.— 189 с.
2. *Брамеллер А., Аллан Р., Хэмэм Я.* Слабозаполненные матрицы.— М.: Энергия, 1979.— 192 с.
3. *Джордж А., Лю Дж.* Численное решение больших разряженных систем уравнений.— М.: Мир, 1984.— 333 с.
4. *Тинней В. Ф., Уолкер У. В.* Прямые решения квазиблочных уравнений цепей оптимально упорядоченным разряжением матрицы на треугольные сомножители.— ТИИЭР, 1967, т. 55, № 11, с. 31—40.
5. *Агамалян Л. А., Балабекян М. А.* Метод решения задачи потокораспределения в энергетических системах.— В кн.: Тез. докл. II науч.-техн. конф. молод. уч. АрмНИИЭ.— Ереван: 1979, с. 21—25.