Մ. Գ. ՍՏԱԿՅԱՆ, Ա. Ս. ՄՆԱՑԱԿԱՆՅԱՆ, Մ. Ժ. ԵՂԻՆՅԱՆ

ԿՈՆՍՏՐՈՒԿՑԻՈՆ ՊՈՂՊԱՏՆԵՐԻՑ ՊԱՏՐԱՍՏՎԱԾ ՄԵՔԵՆԱՄԱՍԵՐԻ ՃԱՔԱԿԱՅՈՒՆՈՒԹՅԱՆ ԲՆՈՒԹԱԳՐԵՐԻ ՈՐՈՇՄԱՆ ՎԵՐԱԲԵՐՅԱԼ

Ամփոփում

Ցույց է տրված, որ պտտական ծռմամբ հոգնածային փորձարկումների դեպքում մեքենամասերի «կենդանի» հատվածքի անընդհատ փոքրացման պատճառով մածուցիկ քայքայման պարամետրի որոշումը բազմացիկլային հոգնածության տիրույթում կրում է պայմանական բնույթ։ Առանձնացված են մեքենամասերի քայքայման բնույթի երկու հաշվարկային դեպքեր և նրանց համար ստացված են առնչություններ հատվածքի չեզոք առանցքի տեղաշարժման, իներցիայի մոմենտի և առավելագույն անվանական լարումների որոշման համար՝ կախված օղակաձև ճաքի խորությունից և հաշվի առնելով ճաքի փակվելը սեղմման գոտում։

Խնդիրը լուծված է ԷՀՄ-ի միջոցով։

ЛИТЕРАТУРА

1. *Стакян М. Г., Григорян С. А.* О строении типичных усталостных изломов деталей машин //Изв. АН АрмССР. Сер. ТН.—1974.—Т. XXVII, № 6.—С. 10—14.
2. *Трощенко В. Т.* Циклические деформации и усталость металлов. Т. 1.—Киев: Наукова. думка, 1985.—224 с.
3. *Кудрявцев П. И.* Особенности кинетики роста трещин малоцикловой усталости в стали при повышенной температуре //Механическая усталость металлов: Мат. VI Междунар. колл.—Киев: Наукова думка, 1983.—С. 293—296.
4. *Мостовой А. С., Дубовицкий С. В.* О влиянии усталостной трещины на характеристики циклов напряжений// Тр. КуАИ.—1974.—Вып. 39.—С. 41—52.
5. *Мак С. Л., Гаспарян С. А. Стакян М. Г.* О строении изломов образцов, испытанных при нагружении их циклическим изгибом и статическим кручением// Детали машин: Респуб. межвед. науч.—тех. сб.—Киев: Техника, 1971.—Вып. 13.—С. 88—91.

Изв. АН АрмССР (сер. ТН), т. XLI, № 1, 1988

МАШИНОСТРОЕНИЕ

А. Х. ЗАХАРЯН, С. А. ГАСПАРЯН

ИСПЫТАНИЯ НА УСТАЛОСТЬ С СОКРАЩЕННОЙ ПРОДОЛЖИТЕЛЬНОСТЬЮ

Общая длительность усталостных испытаний с характерным рассеянием определяется преимущественно образцами с большей долговечностью. Значительную экономию машинного времени, следовательно и соответствующих статей затрат можно получить, если исключить последние из опытов. Этого можно добиться, если проводить эксперимент одновременно над группой исследуемых объектов, прекращая его с разрушением наислабейшего звена.

При такой постановке вопроса имеем статистическую модель, где долговечность элемента, составленного из k последовательно соединенных звеньев, определяется долговечностью наислабейшего его звена (рис. 1). В предположении, что ресурсы всех звеньев—независимые случайные величины X, распределенные по одному и тому же закону $F(x)$, ресурс элемента определяется законом распределения наименьшей порядковой статистики выборки объемом k—$F(x)$ [1]:

Рис. 1 Схема элемента с последовательно соединенными звеньями.

$$F_k(x) = 1 - [1 - F(x)]^k; \tag{1}$$

$$f_k(x) = k[1 - F(x)]^{k-1} f(x), \tag{2}$$

где $f(x)$ и $f_k(x)$ — соответствующие плотности распределений.

Проводя эксперименты над такими элементами, имеем задачу определения оценок параметров исходной функции распределения долговечности исследуемого звена $F(x)$ на основании выборочного распределения $F_k(x)$, при условии, что вид распределения $F(x)$ известен, а число k достаточно мало.

Задача о функции распределения усталостной долговечности, требующая построения правдоподобных физико-статистических моделей разрушения, приводит к следующим функциям [1, 2]: асимптотическому распределению наименьших значений, логарифмически-нормальному распределению и нормальному, которые и рассмотрим.

Пусть исходная функция распределения долговечности звена на основании принятой модели разрушения имеет вид распределения Вейбулла:

$$F(x) = 1 - \exp[-((x-c)/a)^b], \quad x \geqslant c. \tag{3}$$

Подстановка (3) в (1) приводит к выражению:

$$F_k(x) = 1 - \exp[-((x-c)/a)_k^b], \tag{4}$$

где

$$a_k = ak^{-1/b}, \tag{5}$$

отражающему свойство самовоспроизведения распределения Вейбулла для наименьшей порядковой статистики. Определив известными методами оценки параметров a_k, b, c выборочного распределения $F_k(x)$, из (5) находим оценку изменяющегося параметра исходного распределения a.

Рассмотрим случай, когда долговечность звена X имеет логарифмически-нормальное распределение, которое, как и нормальное, не обладает свойством самовоспроизведения для наименьшей порядковой статистики. В этом случае случайная величина $Y = \lg X$ нормально распределена с функцией $F(y)$ и плотностью $f(y)$:

$$F(y) = \frac{1}{\sigma_y \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{y} \exp[-(y - a_y)^2 / 2\sigma_y^2]\, dy; \tag{6}$$

$$f(y) = \frac{1}{\sigma_y \sqrt{2\pi}} \exp[-(y - a_y)^2 / 2\sigma_y^2], \tag{7}$$

где a_y — математическое ожидание случайной величины (с. в.) Y, σ_y^2 — дисперсия с. в. Y.

Нормирование распределения переходом к вспомогательной величине

$$z = (y - a_y) / \sigma_y \tag{8}$$

приводит к выражениям функции и плотности распределения с. в. Z:

$$F(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{z} \exp(-z^2/2)\, dz; \tag{9}$$

$$f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp(-z^2/2). \tag{10}$$

Математическое ожидание $M\{Z\}_k$ и дисперсия $D\{Z\}_k$ с. в. Z, имеющей распределение наименьших значений (1), определяется как

$$M\{Z\}_k = \int_{-\infty}^{\infty} zk[1 - F(z)]^{k-1} f(z)\, dz; \tag{11}$$

$$D\{Z\}_k = \int_{-\infty}^{\infty} (z - M\{Z\}_k)^2 k[1 - F(z)]^{k-1} f(z)\, dz. \tag{12}$$

Численные значения величин $M\{Z\}_k$ и $D\{Z\}_k$ для $2 \leqslant k \leqslant 12$, вычисленные из выражений (11) и (12) по квадратурным формулам Гаусса-Эрмита [3], представлены в таблице.

С другой стороны из соотношения (8) следует:

$$M\{Z\}_k = (M\{Y\}_k - a_y) / \sigma_y; \tag{13}$$

$$D\{Z\}_k = D\{Y\}_k / \sigma_y^2. \tag{14}$$

Выборочные среднее $\overline{y}$ и дисперсия $\overline{s^2}$, являющиеся состоятельными, эффективными и несмещенными оценками математического ожидания $M\{Y\}_k$ и дисперсии $D\{Y\}_k$, вычисляются по формулам [4]:

$$\overline{y} = \sum_{i=1}^{n} y_i / n; \tag{15}$$

$$\overline{s^2} = \sum_{i=1}^{n} (y_i - \overline{y})^2 / (n - 1), \tag{16}$$

где y_i — долговечности испытанных элементов (или их логарифмы для логарифмически нормального исходного распределения); n — число испытанных элементов.

Оценки параметров a_y и σ_y^2 исходного распределения на основании (13) и (14) находятся как:

$$\hat{\sigma}_y^2 = \bar{s}^2 / D\{Z\}_k; \tag{17}$$

$$\hat{a}_y = \bar{y} - M\{Z\}_k \sqrt{\bar{s}^2 / D\{Z\}_k}, \tag{18}$$

где значения $M\{Z\}_k$ и $D\{Z\}_k$ берутся из таблицы в зависимости от k.

Если $\widehat{F_k(x)}$ есть эмпирическая оценка функции $F_k(x)$, то, согласно (1), её преобразование

Таблица

Математические ожидания и дисперсии приведенных наименьших значений.

k	$M\{Z\}_k$	$D\{Z\}_k$
1	0	1
2	−0,564	0,682
3	−0,846	0,559
4	−1,029	0,492
5	−1,163	0,448
6	−1,267	0,416
7	−1,352	0,392
8	−1,424	0,373
9	−1,485	0,357
10	−1,539	0,344
11	−1,586	0,333
12	−1,629	0,324

$$\widehat{F(x)} = 1 [1 - F_k(x)]^{1/k} \tag{19}$$

будет представлять эмпирическую оценку функции F (x). Такое преобразование эмпирической оценки выборочного распределения $\widehat{F_k(x)}$ допускает использование существующих вероятностных бумаг для графического представления результатов испытаний. При этом в качестве ординат выборочных точек следует использовать преобразованные по (19) эмпирические оценки $\widehat{F(x)}$.

Для оценки эффекта предлагаемого метода оценим выигрыш в продолжительности, получаемый при опыте над серией элементов с k последовательно соединенными звеньями по сравнению с опытом над серией простых звеньев при равных объемах серий. Если T_k—суммарная продолжительность первого опыта, а T—второго, то искомый выигрыш δ будет равен:

$$\delta = (T - T_k) / T = (M\{X\} - M\{X\}_k) / M\{X\}, \tag{20}$$

где $M\{X\}$ и $M\{X\}_k$ — математические ожидания долговечностей звена и элемента соответственно.

Для исходной функции распределения Вейбулла (3) выражение (20) принимает вид:

$$\delta = (a\Gamma(1 + 1/b)[1 - k^{-1/b}]) / (a\Gamma(1 + 1/b) + c), \tag{21}$$

где $\Gamma(y)$ — гамма-функция y. В частности, для двухпараметрического распределения Вейбулла ($c = 0$):

$$\delta = 1 - k^{-1/b}. \tag{22}$$

Для наглядности представлены графики этой зависимости (рис. 2) для некоторых материалов, ориентировочные значения параметров которых заимствованы из [5]. Как видно из графика, если материал не обладает достаточно высокими стабильными свойствами, проведение экспериментов методом слабейшего звена может сэкономить уже при двух звеньях порядка 40% времени.

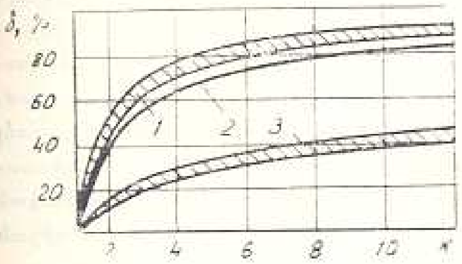

Рис. 2. Зависимость выигрыша в продолжительности испытаний от числа звеньев элемента для материалов: 1—боропластик, углепластик ($b = 0.9 \div 1.1$, $c = 0$); 2—стеклопластик ($b \sim 1.32$, $c = 0$); 3—алюминий ($b = 4 \div 5$, $c = 0$) [5].

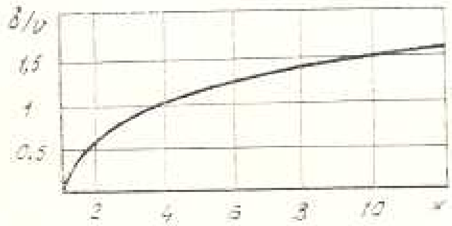

Рис. 3. Зависимость величины δ/v от числа звеньев элемента.

Если исходная функция распределения долговечности звена—нормальная с параметрами a и σ^2, то, учитывая соотношение (13):

$$\delta = -M\{Z\}_k \sigma / a = -M\{Z\}_k v, \tag{23}$$

где v—коэффициент вариации (рис. 3).

Таким образом, эффект зависит как от числа звеньев испытуемых элементов, так и от стабильности свойств исследуемого звена. Однако, увеличение числа звеньев элемента более 6—8 не приводит к практически значительным увеличениям выигрыша в продолжительности, что объясняется предельным распределением минимальных значений. По этой причине можно рекомендовать ограничение k до этих пределов для получения большей эффективности.

В заключение отметим два возможных случая применения метода слабейшего звена. Первый—объектом исследования является материал. В этом случае элемент создается объединением образцов посредством приспособлений. Второй случай-объектом исследования являются некоторые конструкторско-технологические решения, такие как например, различные концентраторы напряжений, различные типы соединений (клеевые, паяные и т. д.) и т. п. В этих случаях элемент будет представлять из себя некоторый образец, содержащий несколько идентичных исследуемых объектов, расположение которых будет диктоваться из условия друг на друга.

Институт мех. АН АрмССР

29. I. 1986

Ա. Ե. ԶԱՔԱՐՅԱՆ, Ս. Հ. ԳԱՍՊԱՐՅԱՆ

ԿՐՃԱՏՎԱԾ ՏԵՎԱԿԱՆՈՒԹՅԱՄԲ ՀՈԳՆԱԾԱՅԻՆ ՓՈՐՁԱՐԿՈՒՄՆԵՐ

Ամփոփում

Ամենաթույլ օղակի վիճակագրական մոդելի հիման վրա առաջարկվում է հոգնածային փորձարկումների մի մեթոդիկա։ Դիտարկված է երկարակեցության Վեյբուլի, նորմալ և լոգարիթմական նորմալ նման բաշխումների պարամետրերի գնահատման վիճակագրական խնդրի լուծումը։ Ցույց է տրված, որ առաջարկված մեթոդիկայի կիրառումը կարող է նշանակալիորեն կրճատել հոգնածության փորձարկումների տևողությունը։ Մեթոդիկան կարող է կիրառվել ինչպես նյութերի, այնպես էլ տարբեր կոնստրուկտորա-տեխնոլոգիական տարրեր պարունակող մասերի հոգնածային բնութագրերի հետազոտության համար։

ЛИТЕРАТУРА

1. *Дж. Као.* Модели долговечности и их использование: Справочник по надежности. Т. 1. —М.: Мир, 1969.—339 с.
2. *Фрейденталь А. М.* Статистический подход к хрупкому разрушению. Разрушение. Т. 2—М.: Мир, 1975.—764 с.
3. *Крылов В. И.* Приближенное вычисление интегралов.—М.: Наука, 1967.—500 с.
4. *Смирнов Н. В., Дунин-Барковский И. В.* Курс теории вероятностей и математической статистики для технических приближений.—М.: Наука, 1968.—511 с.
5. *Брайан Х. Джонс.* Вероятностные методы и надежность конструкции. Композиционные материалы. Т. 8.—М.: Машиностроение, 1978.—263 с.