$$\varepsilon_2 = \frac{d_1 - d_2}{d_1} = \frac{\cos 45^\circ - \cos(45^\circ - \alpha)}{\cos(45^\circ + \alpha)}. \tag{7}$$

После преобразований получим формулу определения угла α в зависимости от сужения испытуемого образца

$$\alpha = \arccos \frac{d_1}{\sqrt{2}\,(d_1 - d_2)} - 45^\circ. \tag{8}$$

Главный угол в плане резца φ определяется из условия образования конуса при разрыве образца на растяжение следующим уравнением (рис. 2): $\varphi = 90^\circ - \Theta$.

Таким образом, на основании физико-механических свойств обрабатываемых материалов в каждом конкретном случае можно определить инструмент для данного материала с оптимальными геометрическими параметрами γ, φ и α.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Некрасов С. С.* Сопротивление хрупких материалов резанию.—М.: Машиностроение, 1971.—186 с.
2. *Давиденков Н. Н.* Механические свойства материалов и методы изменения деформаций: Избр. тр. в 2-х т.: Т. 2.—Киев: Наукова думка, 1981.—372 с.

ВНИИРИ 20. XII. 1985

Изв. АН АрмССР, (сер. ТН), т. XLII, № 4, 1989, с. 161—165

СТРОИТЕЛЬНЫЕ КОНСТРУКЦИИ

УДК 539.376:624

Э. К. БЕЗОЯН, Н. А. БЕЛУБЕКЯН

РАЗРЕШАЮЩАЯ СИСТЕМА УРАВНЕНИЙ НЕОДНОРОДНЫХ ТОНКИХ ПОЛОГИХ ГИБКИХ ВЯЗКОУПРУГИХ ОБОЛОЧЕК

На основе линейной теории вязкоупругости неоднородной среды получена система интегро-дифференциальных уравнений для пологих тонких гибких неоднородных оболочек в перемещениях и усилиях.

Библиогр.: 5 назв.

Անհամասեռ նյութերի առաձգամածուցիկության գծային տեսության հիման վրա ստացված է երկու ինտեգրո-դիֆերենցիալ հավասարումներից բաղկացած լուծող համակարգ՝ ներքին ուժային գործոնների և ճկվածքների միջև երկակի կապակցման ձևակերպում, բարակ, ճկուն անհամասեռ թաղանթների համար: Ստացված լուծող համակարգի միջոցով կարելի է որոշել երկաթբետոնյա մեծաթռիչք թաղանթների և այլնի՝ երկարատև ազդող բեռնվածքներից առաջացած լարվածա-դեֆորմացիոն վիճակը:

Расчету неоднородных тонких оболочек и пластин посвящено много работ, среди которых особое место занимают [1—3].

В настоящей статье приводится разрешающая система интегро-дифференциальных уравнений для неоднородных гибких тонких оболочек в перемещениях и усилиях при линейной ползучести стареющего материала [4].

1. *Основные соотношения и уравнения.* Рассматривается тонкая неоднородная пологая гибкая оболочка, характеризующаяся линейной ползучестью стареющего материала [4]. Задача решается в предположении, что оболочка толщиной h подвергнута равномерно-распределенной нагрузке интенсивностью q, нормальной к срединной поверхности; k_1, k_2—главные кривизны оболочки вдоль осей ox_1 и ox_2; u, v, w—перемещения точек срединной поверхности; мгновенный модуль упругости $E(t)$ и резольвента ядра ползучести материала $R(t;\tau)$ являются функциями пространственных координат x_s $(s=1, 2, 3)$, причем, последние не зависят от напряженно-деформированного состояния оболочки и не изменяются во времени. Характеристика Пуассона ν не меняется во времени и зависит от пространственных координат, т. е. $\nu(x_s, t)=\nu(x_s)$. Следуя [4], связь между напряжениями и деформациями в случае малых деформаций представляется в виде

$$\sigma_{ij}=\frac{E(x_s, t)}{(2-\delta_{ij})(1-\nu^2(x_s))}[I+R(x_s)][(1-\nu(x_s))e_{ij}+\nu(x_s)\delta_{ij}e_{kk}], \tag{1.1}$$

где δ_{ij} — символ Кронекера, I — тождественный оператор, а оператор $R(x_s)$ определяется по формуле

$$R(x_s)f=\int_{t_0}^{t} f(\tau)R(x_s, t, \tau)\,d\tau, \tag{1.2}$$

где $R(x_s, t, \tau)$ — резольвента ядер ползучести материала.

Предположим, что материал оболочки обладает слабой неоднородностью и поэтому согласно [3] имеет место соотношение

$$\begin{gathered} E(x_s, t)=E_0(t)(1+\delta_1 f_1(x_s)), \quad \nu(x_s)=\nu_0(1+\delta_3 f_3(x_s)), \\ R(x_s, t, \tau)=R_0(t, \tau)(1+\delta_2 f_2(x_s)), \end{gathered} \tag{1.3}$$

где ν_0 — коэффициент Пуассона однородной среды, δ_i — малые физические параметры, $f_i(x_s)$ — известные функции от пространственных координат x_s, удовлетворяющие условию $|\delta_i f_i|<1$, $(i=\overline{1, 3})$.

При конечных прогибах компоненты деформаций тонкой пологой гибкой оболочки, следуя гипотезе Кирхгофа-Лява [5], представляются в виде

$$e_{ij}=\varepsilon_{ij}+(2-\delta_{ij})x_3\varkappa_{ij}, \quad (i, j=x_1, x_2), \tag{1.4}$$

где

$$\varepsilon_{x_1x_1}=u_{,x_1}-k_1 w+0{,}5w^2_{,x_1}; \quad \varkappa_{x_1x_1}=-w_{,x_1x_1}; \tag{1.5}$$

. . . .

. . . .

В силу (1.1), (1.3) и (1.4) получим следующие выражения для усилий и моментов:

$$N_{x_1x_1} = A_{00}\varepsilon_{x_1x_1} + A_{10}\varepsilon_{x_2x_2} + A_{01}\varkappa_{x_1x_1} + A_{11}\varkappa_{x_2x_2};$$

$$N_{x_2x_2} = A_{10}\varepsilon_{x_1x_1} + A_{00}\varepsilon_{x_2x_2} + A_{11}\varkappa_{x_1x_1} + A_{01}\varkappa_{x_2x_2}; \qquad (1.6)$$

$$N_{x_1x_2} = 0{,}5(A_{00} - A_{10})\varepsilon_{x_1x_2} + (A_{01} - A_{11})\varkappa_{x_1x_2};$$

$$M_{x_1x_1} = A_{01}\varepsilon_{x_1x_1} + A_{11}\varepsilon_{x_2x_2} + A_{02}\varkappa_{x_1x_1} + A_{12}\varkappa_{x_2x_2};$$

$$M_{x_2x_2} = A_{11}\varepsilon_{x_1x_1} + A_{01}\varepsilon_{x_2x_2} + A_{12}\varkappa_{x_1x_1} + A_{02}\varkappa_{x_2x_2}; \qquad (1.7)$$

$$M_{x_1x_2} = 0{,}5(A_{01} - A_{11})\varepsilon_{x_1x_2} + (A_{02} - A_{12})\varkappa_{x_1x_2}.$$

Здесь $A_{kl}(f) = (a_{kl} + \bar{a}_{kl}R)f$ — интегральный оператор, где

$$a_{kl}(x_1, x_2, t) = \int\limits_{-h/2}^{h/2} \frac{E(x_3, t)\,\nu^k(x_3)\,x_3^l}{1 - \nu^2(x_3)}\,dx_3,$$

$$\bar{a}_{kl}(x_1, x_2, t) = \int\limits_{-h/2}^{h/2} \frac{E(x_3, t)\,\nu^k(x_3)\,x_3^l}{(1 - \nu^2(x_3))(1 + \lambda_2 f_2(x_3))}\,dx_3,$$

$$(k = 0, 1, \quad l = 0, 1, 2),$$

а $R(f) = \int\limits_{t_0}^{t} f(\tau)\,R_0(t, \tau)\,d\tau$ — интегральный оператор линейной ползучести [4].

2. *Разрешающая система уравнений неоднородной оболочки.* В смешанной форме относительно функций усилий и перемещений $\Phi(x_1, x_2, t)$, $W(x_1, x_2, t)$ представляется в виде [5]

$$(F_C - \nabla_k^2)W - F_D\Phi - 0{,}5L(W, W) = 0,$$

$$(F_C + \nabla_k^2)\Phi - F_M W + L(W, \Phi) + q = 0, \qquad (2.1)$$

где приняты следующие операторные обозначения:

$$F_C(W) = (CW_{,x_1x_1} + \bar{C}W_{,x_2x_2})_{,x_2x_2} + (\bar{C}W_{,x_1x_1} + $$

$$+ CW_{,x_2x_2})_{,x_1x_1} - 4(E_2W_{,x_1x_2})_{,x_1x_2};$$

$$F_D(\Phi) = (D\Phi_{,x_1x_1} + \bar{D}\Phi_{,x_2x_2})_{,x_1x_1} + (\bar{D}\Phi_{,x_1x_1} +$$

$$+ D\Phi_{,x_2x_2})_{,x_2x_2} + 4(B_2\Phi_{,x_1x_2})_{,x_1x_2}; \qquad (2.2)$$

$$F_{\text{м}}(W) = (MW_{,x_1x_1} + \overline{M}W_{,x_2x_2})_{,x_2x_2} + (\overline{M}W_{,x_1x_1} +$$

$$+ MW_{,x_2x_2})_{,x_1x_1} + 2((M - \overline{M})W_{,x_1x_2})_{,x_1x_2};$$

$$D = B_1 + B_2; \quad \overline{D} = B_1 - B_2; \quad C = E_1 + E_2; \quad \overline{C} = E_1 - E_2;$$

$$
\begin{aligned}
& B_1 = 0{,}5\,[(a_{00} + a_{10}) + (\overline{a}_{00} + \overline{a}_{10})\,R]^{-1}; \\
& B_2 = 0{,}5\,[(a_{00} - a_{10}) + (\overline{a}_{00} - \overline{a}_{10})\,R]^{-1}; \\
& E_1 = [(a_{01} + a_{11}) + (\overline{a}_{01} + \overline{a}_{11})\,R]\,B_1; \\
& E_2 = [(a_{01} - a_{11}) + (\overline{a}_{01} - \overline{a}_{11})\,R]\,B_2;
\end{aligned}
\tag{2.3}
$$

$$M = (a_{02} + \overline{a}_{02}R) - (\Pi_1 + \Pi_2); \qquad \overline{M} = (a_{12} + \overline{a}_{12}R) - (\Pi_1 + \Pi_2);$$

$$\Pi_1 = [(a_{01} + a_{11}) + (\overline{a}_{01} + \overline{a}_{11})\,R]\,E_1;$$

$$\Pi_2 = [(a_{01} - a_{11}) + (\overline{a}_{01} - \overline{a}_{11})\,R]\,E_2,$$

остальные обозначения общепринятые.

Зависимости (1.3) позволяют рассмотреть три типа задач, в которых среду можно считать упругой неоднородной ($\delta_1 \neq 0$) с однородной ползучестью ($\delta_2 = 0$); упругой однородной ($\delta_1 = \delta_2 = 0$) с неоднородной ползучестью ($\delta_2 \neq 0$) или, наконец, одновременно неоднородной упругой и ползучей ($\delta_1 \neq 0$, $\delta_2 \neq 0$, $\delta_3 \neq 0$). Для первого частного случая имеет место равенство

$$a_{kl}(x_1, x_2, t) = \overline{a}_{kl}(x_1, x_2, t), \tag{2.4}$$

при этом (2.1) принимает вид

$$
\begin{aligned}
& (I + R)^{-1} F_{D_0}(\Phi) + (F_{C_0} + \nabla_k^2)\,W + 0{,}5L(W, W) = 0; \\
& -(I + R)\,F_{D_0}(W) + (F_{C_0} + \nabla_k^2)\,\Phi + L(W, \Phi) + q = 0.
\end{aligned}
\tag{2.5}
$$

Здесь F_i—дифференциальные операторы, которые имеют вид, аналогичный (2.2) с соответственно измененными коэффициентами. Эти коэффициенты определяются подстановкой (2.4) в (2.3).

Для второго частного случая в соотношениях (1.6), (1.7) и (2.3) коэффициенты $a_{kl} = 0$, при этом разрешающая система уравнений (2.1) остается неизменной. Решая систему уравнений (2.1) при заданных начальном и граничном условиях, получаем выражения для функций $\Phi(x_1, x_2, t)$ и $W(x_1, x_2, t)$, что позволяет для данного конкретного случая определить напряженно-деформированное состояние неоднородных вязкоупругих оболочек и пластин.

Система уравнений (2.1) для упруго-мгновенной задачи ($t = t_0$) совпадает с уравнениями, полученными в [2].

Полученная система интегро-дифференциальных уравнений позволяет определить напряженно-деформированное состояние большепролетных пространственных железобетонных оболочек с учетом длительного действия нагрузки.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. *Арутюнян Н. Х., Дроздов А. Д., Колмановский В. Б.* Устойчивость вязкоупругих тел и элементов конструкций // Итоги науки и техники ВИНИТИ. Сер. Механика деформируемого твердого тела.—1987.—Т. 19.—С. 3—77.
2. *Крыско В. А., Санинский А. С.* Расчет неоднородных гибких пологих оболочек смешанными краевыми условиями // Прикладная механика.—1987.—Т. 23, № 6.—С. 61—67.
3. *Саркисян В. С.* Некоторые задачи математической теории упругости анизотропного твердого тела.—Ереван: Изд-во ЕГУ.—1976.—536 с.
4. *Арутюнян Н. Х., Колмановский В. Б.* Теория ползучести неоднородных тел.—М.: Наука.—1983.—336 с.
5. *Вольмир А. С.* Устойчивость деформируемых систем.—М.: Наука, 1967.—879 с.

ЕрПИ им. К. Маркса

1. III. 1988

Изв. АН АрмССР (сер. ТН), т. XLII, № 4, 1989, с. 165—170

СТРОИТЕЛЬНЫЕ КОНСТРУКЦИИ

УДК 624.074.7.014:699.841

А. М. АЛОЯН

СЕЙСМИЧЕСКИЕ ВОЗДЕЙСТВИЯ НА КРУГОВУЮ ЦИЛИНДРИЧЕСКУЮ ОБОЛОЧКУ, ЧАСТИЧНО ЗАПОЛНЕННУЮ ЖИДКОСТЬЮ

Рассмотрены колебания круговой цилиндрической оболочки, частично заполненной жидкостью, подвергающейся сейсмическим воздействиям. Считается, что основание совершает только горизонтальные колебания. Дифференциальное уравнение колебания оболочки решается методом Б. Г. Галеркина. Найдены собственные частоты колебаний оболочки, компоненты перемещений, напряжения и изгибающие моменты. Приведен численный пример.

Ил. 1. Библиогр.: 5 назв.

Դիտարկված են մի ծայրով ամրակցված շրջանային գլանային մասամբ հեղուկով լցված թաղանթի տատանումները, որոնք առաջանում են երկրաշարժի ազդեցությունից: Ընդունվում է, որ հիմքը կատարում է միայն հորիզոնական տատանումներ: Թաղանթի տատանման դիֆերենցիալ հավասարումը լուծվում է Բ. Գ. Գալյորկինի մեթոդով: Գտնված են գլանային թաղանթի տատանման սեփական հաճախությունները, տեղափոխումների բաղադրիչները, լարումները և ծռող մոմենտները: Բերված է թվային օրինակ:

Рассматриваются вынужденные колебания круговой цилиндрической оболочки, заделанной одним концом и свободной другим, которая подвергается горизонтальным сейсмическим нагрузкам (рис.). Считается, что основание совершает горизонтальные колебания по заданному закону $y_0(t)$. Система уравнений колебания оболочки имеет вид [1, 2]