Изв. АН АрмССР (сер. ТН), т. XLII, № 2, 1989, с. 68—71.

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА

УДК 621.391.26:612.172.4:621.39:681.327.8

А. Х. САРКИСЯН

# ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ СЖАТИЯ ДАННЫХ В СПФ

Предлагается алгоритм сжатия данных в методе сплайн-преобразования Фурье (СПФ) с использованием параболического сплайна. Приводятся оценки погрешности сжатия и аппроксимации со сжатием, что дает возможность применять предложенный алгоритм сжатия данных, сохраняя требуемую точность вычислений СПФ. Применение алгоритма приводит к значительному сокращению временных затрат машинной обработки результатов измерений.

Библиогр.: 2 назв.

*Առաջարկվում է պարաբոլական սպլայնի օգտագործմամբ Ֆուրյեի սպլայն-ձևափոխման մեթոդում տվյալների սեղմման ալգորիթմ: Բերվում են սեղմման սխալի և սեղմումով մոտարկման սխալի գնահատականները, որը հնարավորություն է տալիս կիրառել տվյալների սեղմման առաջարկված ալգորիթմը, պահպանելով հաշվումների պահանջվող ճշտությունը: Ալգորիթմի կիրառումը բերում է չափումների արդյունքների մեքենայական մշակման ժամանակածախսի զգալի նվազմանը:*

Преобразование Фурье, являющееся одним из математических средств, на которых основана цифровая обработка сигналов, имеет большое значение как для теоретических исследований, так и для практических приложений. В работе [1] был рассмотрен алгоритм цифрового спектрального анализа с использованием сплайн-преобразования Фурье (СПФ) и заменой подынтегральной функции параболическим сплайном.

Методы СПФ, создавая с одной стороны большие удобства, связанные с обеспечением высокой точности приближений подынтегральной функции, с другой стороны обуславливают трудности, связанные с наличием большого числа экспериментальных данных и как следствие этого—необходимость использования большого объема оперативной памяти ЭВМ и больших временных затрат.

Данная работа посвящена рассмотрению метода СПФ, основанного на уменьшении объема экспериментальных данных.

Для уменьшения значений этих величин требуется сократить количество входных параметров без потери необходимой точности расчетов. Метод сжатия, рассматриваемый в работе, основан на выборе данных, номера которых соответствуют членам некоторой арифметической прогрессии. Данными при использовании метода СПФ с заменой подынтегральной функции параболическим сплайном служат значения узлов интерполяции $x_i$, узлов сплайна $\bar{x}_i$ и значения функции $f(x_i)$, где $(i = 0, 1, \dots, n)$.

В этом случае алгоритм сжатия будет выглядеть следующим образом. 1. В соответствии с шагом арифметической прогрессии $K$ определяем номера $l$ значений функции, узлов интерполяции и сплайна из всей совокупности входных данных ($l=0,1,\ldots,n$). 2. Рассчитываем значения функции $f(x_l)$, соответствующие определенным номерам $l$, где $l=0, k, 2k, \ldots, n$. Определяем значения узлов интерполяции $x_l$ и узлов сплайна $\overline{x}_l$ в соответствии с полученным числом интервалов $m=n/k$. 3. Номера $l$ полученных значений функции $f(x_l)$, узлов интерполяции $x_l$ и сплайна $\overline{x}_l$ переводим в последовательный порядок $l=0,1,\ldots,m$.

Оценим погрешность, возникающую при этом алгоритме сжатия. Известно [2], что параболический сплайн определяется как

$$S_2(x,f)=f(x_l)+m_l(x-x_l)+c_l(x-x_l)^2+d_l(x-\overline{x}_{l+1})^2_+, \quad x\in[x_l, x_{l+1}] \tag{1}$$

а на последующих интервалах —

$$S_2(x,f)=f(x_{l+1})+m_{l+1}(x-x_{l+1})+c_{l+1}(x-x_{l+1})^2+ \quad x\in[x_{l+2}, x_{l+3}]$$

$$+d_{l+1}(x-\overline{x}_{l+2})^2_+, \tag{2}$$

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

$$S_2(x,f)=f(x_{l+k-1})+m_{l+k-1}(x-x_{l+k-1})+c_{l+k-1}(x-x_{l+k-1})^2+ \quad x\in[x_{l+k-1}, x_{l+k}]$$

$$+d_{l+k-1}(x-\overline{x}_{l+k})^2_+. \tag{3}$$

Интерполяционный параболический сплайн на основе сжатых данных определяется как

$$\widetilde{S}_2(x,f)=f(x_l)+m_l(x-x_l)+c_l(x-x_l)^2+d_l(x-\overline{x}_{l+1})^2_+, \quad x\in[x_l, x_{l+k}]=[x_l, x_{l+1}]. \tag{4}$$

Выражение СПФ для параболического сплайна представим в виде

$$\overline{H}(j\omega)=\sum_{l=0}^{m-1}\int_{x_l}^{x_{l+1}} S_2(x,f)\,e^{-j\omega x}\,dx. \tag{5}$$

Выражение СПФ на основе сплайна $\widetilde{S}_2(x,f)$ будет выглядеть как

$$\widetilde{H}(j\omega)=\sum_{l=0}^{m-1}\int_{x_l}^{x_{l+1}} \widetilde{S}_2(x,f)\,e^{-j\omega x}\,dx, \tag{6}$$

отсюда погрешность СПФ, возникающая в результате сжатия данных, определяется следующим образом:

$$|\bar{H}(j\omega) - \tilde{H}(j\omega)| \leqslant \sum_{l=0}^{m-1} \int_{x_l}^{x_{l+1}} |S_2(x, f) - \tilde{S}_2(x, f)| |l^{-j\omega x}| dx \leqslant$$

$$\leqslant \sum_{l=1}^{m-1} \max |S_2(x, f) - \tilde{S}_2(x, f)| \leqslant \sum_{l=0}^{m-1} \max \Big| \max_{x \in [x_l, x_{l+1}]} |S_2(x, f) -$$

$$- S_2(x, f)|, \max_{x \in [x_{l+1}, x_{l+2}]} |S_2(x, f) - \tilde{S}_2(x, f)|, \max_{x \in [x_{l+2}, x_{l+3}]} |S_2(x, f) - S_2(x, f)|,$$

$$\ldots, \max_{x \in [x_{l+k-1}, x_{l+k}]} |S_2(x, f) - S_2(x, f)| \Big|. \qquad (7)$$

Оценивая полученные в (7) разностные выражения, получаем

$$\max_{x \in [x_l, x_{l+1}]} |S_2(x, f) - \tilde{S}_2(x, f)| \leqslant 2(M_{1l}(h + 2h^2) + \varepsilon_{1l}), \qquad (8)$$

где

$$M_{1l} = \max \left\{ |m_l|, |c_l|, \frac{1}{4}|d_l|, |m_l|, |c_l|, \left(\frac{k}{2}\right)^2 |d_l| \right\}, \qquad (9)$$

$$\varepsilon_{1l} = \max \{ |f(x_l)|, |f(x_l)| \}. \qquad (10)$$

Аналогично (8) можно записать, что

$$\max_{x \in [x_{l+1}, x_{l+2}]} |S_2(x, f) - \tilde{S}_2(x, f)| \leqslant 2(M_{2l}(h + 2h^2) + \varepsilon_{2l}), \qquad (11)$$

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

$$\max_{x \in [x_{l+k-1}, x_{l+k}]} |S_2(x, f) - \tilde{S}_2(x, f)| \leqslant 2(M_{kl}(h + 2h^2) + \varepsilon_{kl}), \qquad (12)$$

где $M_{2l}, \varepsilon_{2l}, \ldots, M_{kl}, \varepsilon_{kl}$ определяются аналогично (9) и (10), но с соответствующим возрастанием по интервалам. Коэффициенты $m_l$, $c_l$ и $d_l$ определяются аналогично $m_i$, $c_i$ и $d_i$ [2].

Таким образом, (7) запишется как

$$|\bar{H}(j\omega) - \tilde{H}(j\omega)| \leqslant 2 \sum_{l=0}^{m-1} \max \{ [M_{1l}(h + 2h^2) + \varepsilon_{1l}],$$

$$[M_{2l}(h + 2h^2) + \varepsilon_{2l}], \ldots, [M_{kl}(h + 2h^2) + \varepsilon_{kl}] \}. \qquad (13)$$

Отсюда можно определить погрешность аппроксимации СПФ со сжатыми данными

$$|H(j\omega) - \tilde{H}(j\omega)| \leqslant |H(j\omega) - \bar{H}(j\omega)| + |\bar{H}(j\omega) - \tilde{H}(j\omega)|. \qquad (14)$$

Из [1] известно, что

$$|H(j\omega) - \bar{H}(j\omega)| \leqslant \sum_{i=0}^{n-1} K_0 h^2 \Delta f''(x_i).$$

Таким образом:

$$|H(j\omega) - \tilde{H}(j\omega)| \leqslant \sum_{i=0}^{n-1} K_0 h^2 \Delta f''(x_i) + 2 \sum_{i=0}^{m-1} \max \{ [M_1 (h - 2h^2) +$$

$$+ \varepsilon_{1i}], \ldots, [M_{si} (h + 2h^2) + \varepsilon_{si}] \}. \qquad (15)$$

Применение предложенного алгоритма сжатия данных в методе СПФ приводит к значительному уменьшению временных затрат машинной обработки результатов измерений, а приведенные оценки погрешности СПФ в результате сжатия и погрешности аппроксимации СПФ со сжатыми данными дают возможность применять алгоритм сжатия, сохраняя требуемую точность вычисления СПФ.

## ЛИТЕРАТУРА


1. *Саркисян А. Х.* Сплайн-преобразование Фурье и его применение для цифровой обработки сигналов ЭРГ // Тез. докл. Закавказской науч.-тех. конф. молодых ученых и специалистов «Информатика и вычислительная техника».—Ереван, 1986.—С. 32.
2. *Стечкин С. Б., Субботин Ю. Н.* Сплайны в вычислительной математике.—М.: Наука, 1976.—248 с.



ВЦ АН АрмССР



15. XII. 1987



Изв. АН АрмССР (сер. ТН), т. XLII, № 2, 1989, с. 71—75.


ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА


УДК 621.391.254



М. Н. НАЛБАНДЯН


# МЕТОДЫ ДЕКОДИРОВАНИЯ НЕКОТОРЫХ КЛАССОВ КОРРЕКТИРУЮЩИХ КОДОВ


Доказывается, что коды Р. Р. Варшамова исправляют многократные симметрические ошибки. Предложены алгоритмы их декодирования, сложность которых оценивается величиной $cn^2$, где $n$—длина кода, а $c$—константа, не зависящая от $n$.

Библиогр.: 6 назв.

Ապացուցվում է, որ Ռ. Ռ. Վարշամովի կոդերը ուղղում են բազմակի համաչափ սխալներ։ Առաջարկված են դրանց ապակոդավորման ալգորիթմներ, որոնց բարդությունը գնահատվում է $cn^2$ մեծությամբ, որտեղ $n$-ը կոդի երկարությունն է, իսկ $c$-ն՝ անկախ $n$-ից հաստատուն։