

УДК 539.374

А. А. ГРИГОРЯН

## СОВМЕСТНЫЙ ИЗГИБ И РАСТЯЖЕНИЕ ПЛАСТИЧЕСКИ НЕОДНОРОДНОГО КОНИЧЕСКОГО ЛИСТА

Исследуется предельное состояние пластически-неоднородного жестко-пластического конического листа при совместном изгибе и растяжении. Материал листа несжимаем и подчиняется соотношениям теории пластического течения и условию пластичности Губера-Мизеса.

Получены соотношения для определения предельных растягивающих усилий и изгибающих моментов. Проведен численный расчет для неоднородности. Показано, что для приведения материала неоднородного конического листа в предельное состояние требуются сравнительно большие предельный изгибающий момент и растягивающее усилие, чем в однородном случае.

Ил. 2. Библиогр.: 8 назв.

Հետազոտվում է պլաստիկորեն անհամասեռ կոշտ պլաստիկ հոնական շերտի սահմանային վիճակի համասեռ ծանակ և ձգման դեպքում: Շերտի էլյուսթր անսկզզելի է և բովարարում է Հյուբեր-Միզեսի պայմանով պլաստիկության հասանելիության տեսության հավասարումներին: Ստացված ևն արտահայտություններ սահմանային մոտենալ և ձիգը որոշելու համար կազմարժեքում է թվային հաշվարկ անհամասեռության դեպքում: Ցույց է արված, որ անհամասեռ հոնական շերտը սահմանային վիճակի բերելու համար պահանջվում են համեմատաբար ավելի մեծ սահմանային մոտենալ և ձիգ, քան համասեռի դեպքում:

Пластическое течение неоднородных тел рассмотрено в [1, 2]. В работе [3] исследовано влияние неоднородности на несущую способность жестко-пластической цилиндрической оболочки при различной геометрии. В [4—6] рассмотрены задачи упруго-пластической полый сферы. Осесимметричная задача диска, где плотность, толщина и неоднородность переменны, приведена в [7]. Задача об изгибе и растяжении пластически однородного конического листа рассмотрена в [8].

В настоящей статье рассматривается задача об изгибе и растяжении пластически неоднородного, жестко-пластического конического листа из несжимаемого материала, подчиняющегося условию текучести Губера—Мизеса. Исследуется предельное состояние пластически неоднородного конического листа в виде сектора длиной конической трубы под совместным действием распределенных изгибающих моментов и растягивающих сил. Усилия действуют нормально к поверхности сечения (рис. 1).

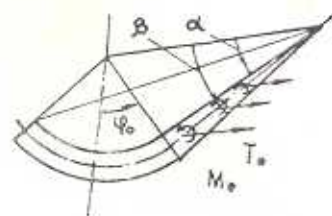


Рис. 1

Соотношения теории идеального жестко-пластического течения в сферических координатах в обычных обозначениях имеют вид

$$\frac{\partial \delta_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial \theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \tau_{r\varphi}}{\partial \varphi} + \frac{1}{r} (2\sigma_r - \sigma_\theta - \sigma_\varphi + \tau_{r\theta} \operatorname{ctg} \theta) = 0,$$

$$\frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \tau_{\theta\varphi}}{\partial \varphi} + \frac{1}{r} [(\sigma_\theta - \sigma_\varphi) \operatorname{ctg} \theta - 3\tau_{r\theta}] = 0,$$

$$\frac{\partial \tau_{r\varphi}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{r\varphi}}{\partial \theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \sigma_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{1}{r} (3\tau_{r\varphi} + 2\tau_{r\varphi} \operatorname{ctg} \theta) = 0.$$

Зависимости между компонентами скоростей деформаций, напряжений и скоростей перемещений следующие:

$$\varepsilon_{ij} = \Lambda (\sigma_{ij} - \delta_{ij} \sigma); \quad \varepsilon_r = \frac{\partial u}{\partial r}; \quad \varepsilon_\theta = \frac{u}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta};$$

$$\varepsilon_\varphi = \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial w}{\partial \varphi} + \frac{u}{r} + \frac{v}{r} \operatorname{ctg} \theta; \quad 2\gamma_{r\theta} = \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial u}{\partial \varphi} + \frac{\partial w}{\partial r} - \frac{w}{r}; \quad (2)$$

$$2\gamma_{r\varphi} = \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta}; \quad 2\gamma_{\theta\varphi} = \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} - \frac{w}{r} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial v}{\partial \varphi}.$$

Условие пластичности Губера—Мизеса:

$$(\sigma_r - \sigma_\theta)^2 + (\sigma_\theta - \sigma_\varphi)^2 + (\sigma_\varphi - \sigma_r)^2 + 6(\tau_{r\theta}^2 + \tau_{\theta\varphi}^2 + \tau_{r\varphi}^2) = 6K^2(r, \theta), \quad (3)$$

где  $K(r, \theta)$  — функция, характеризующая неоднородность пластических свойств материала трубы.

Компоненты напряжений представим в виде

$$\sigma_r = \sigma_0 + \frac{K(r, \theta)}{\Omega_0} (\varepsilon_r - \varepsilon_\theta), \quad \sigma_\theta = \sigma_0 - \frac{K(r, \theta)}{\Omega_0} (\varepsilon_r + 2\varepsilon_\theta), \quad (4)$$

$$\tau_{ij} = \frac{K(r, \theta)}{\Omega_0} \gamma_{ij}, \quad \Omega_0 = \sqrt{\varepsilon_r^2 + \varepsilon_\theta^2 + \varepsilon_\varphi^2 + \tau_{r\theta}^2 + \tau_{\theta\varphi}^2 + \tau_{r\varphi}^2},$$

где  $\Omega_0$  — выражение, полученное исключением  $\Lambda$  из (2), учитывая условие несжимаемости материала.

Поле скоростей перемещений ищем в виде

$$u = 0, \quad v = 3r \left( A \operatorname{ctg} \theta - \frac{B}{\sin \theta} - C \cos \varphi \right),$$

$$w = 3r (A \varepsilon \sin \theta + C \cos \theta \sin \varphi). \quad (5)$$

Отличные от нуля компоненты скоростей деформации будут

$$\varepsilon_\varphi = -\varepsilon_\theta = \frac{3}{\sin^2 \theta} (A - B \cos \varphi), \quad (6)$$

Соответствующие компоненты напряжения определяются из [1], [3]:

$$\sigma_r = \sigma_\theta - \nu K(r, \theta), \quad \sigma_\theta = -2\nu \int_\alpha^\theta K(r, \theta) \operatorname{ctg} \theta d\theta - H, \quad (7)$$

$$\sigma_\varphi = \sigma_\theta - 2\nu K(r, \theta), \quad \nu = \operatorname{sign} \varepsilon_\theta.$$

Из условия отсутствия нагрузки на внутренней поверхности  $\theta = \alpha$  следует

$$\sigma_r = -2 \int_\alpha^\theta K(r, \theta) \operatorname{ctg} \theta d\theta - K(r, \theta), \quad \sigma_\theta = -2 \int_\alpha^\theta K(r, \theta) \operatorname{ctg} \theta d\theta, \quad (8)$$

$$\sigma_\varphi = -2 \int_\alpha^\theta K(r, \theta) \operatorname{ctg} \theta d\theta - 2K(r, \theta), \quad \alpha \leq \theta \leq \gamma,$$

где  $\theta = \gamma$  — нейтральная поверхность слоя.

Учитывая условия на внешней поверхности  $\theta = \beta$ , получаем

$$\sigma_r = -2 \int_\theta^\beta K(r, \theta) \operatorname{ctg} \theta d\theta + K(r, \theta),$$

$$\sigma_\varphi = -2 \int_\theta^\beta k(r, \theta) \operatorname{ctg} \theta d\theta + 2k(r, \theta), \quad (9)$$

$$\sigma_\theta = -2 \int_\theta^\beta k(r, \theta) \operatorname{ctg} \theta d\theta, \quad \gamma \leq \theta \leq \beta.$$

Из условия непрерывности напряжения  $\sigma_\theta$  на нейтральной поверхности  $\theta = \gamma$  получим соотношения для определения  $\gamma$

$$\int_\alpha^\gamma K(r, \theta) \operatorname{ctg} \theta d\theta = \int_\gamma^\beta K(r, \theta) \operatorname{ctg} \theta d\theta. \quad (10)$$

Предельный изгибающий момент относительно оси  $\theta = 0$ , приходящийся на единицу длины, будет

$$M_x = r^2 \int_\alpha^\beta \sigma_\varphi \sin \theta d\theta = 2r^2 \left[ \int_\alpha^\gamma \frac{k(r, \theta)}{\sin \theta} (1 - \cos \gamma \cos \theta) d\theta - \int_\gamma^\beta \frac{k(r, \theta)}{\sin \theta} (1 - \cos \gamma \cos \theta) d\theta \right] \quad (11)$$

Изгибающие моменты относительно осей, перпендикулярных оси  $\theta=0$  и лежащих в торцовых сечениях  $\varphi=\pm\varphi_0$ , равны нулю. Первое уравнение для рассматриваемого случая представится в виде

$$\frac{d\sigma_\theta}{d\theta} + (\sigma_\theta - \sigma_\varphi) \operatorname{ctg} \theta = 0,$$

тогда

$$M^* = r^2 \int_a^{\beta} \sigma_\varphi \cos \theta d\theta = r^2 \sigma_\theta \sin \theta \Big|_a^{\beta} = 0.$$

Подставляя выражение  $\sigma_\varphi$  из (8), (9) и произведя преобразования, получаем

$$t_* = r \int_a^{\beta} \sigma_\varphi d\theta = \int_\gamma^{\beta} [(\gamma - \theta) \operatorname{ctg} \theta + 1] k(r, \theta) d\theta - \int_a^\gamma [(\gamma - \theta) \operatorname{ctg} \theta + 1] k(r, \theta) d\theta. \quad (12)$$

Принимая  $\epsilon_\theta = 0$  на поверхности  $\theta = \gamma$  и закрепляя линию  $\varphi = 0$ ,  $\theta = \gamma$ , находим

$$\epsilon_\varphi = -\epsilon_\theta = \frac{3b}{\sin^2 \theta} (\cos \gamma - \cos \theta), \quad \frac{v}{3br} = \sin \gamma \cos \varphi - \frac{1 - \cos \gamma \cos \theta}{\sin \theta},$$

$$\frac{w}{3br} = \varphi \cos \gamma \sin \theta - \sin \gamma \cos \theta \sin \varphi, \quad u = 0.$$

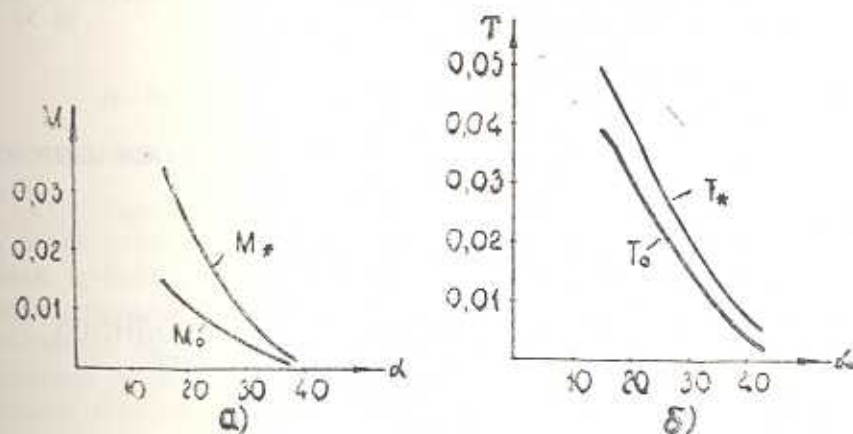


Рис. 2.

Рассмотрим численный пример при  $\alpha = 15^\circ$ ,  $\beta = 45^\circ$ ,  $\mu = 0,2$  для неоднородности  $K(\theta) = e^{0,2\theta}$ . Из (11) и (12) получим

$$\frac{m_*}{2r^2} = \int_\gamma^{\beta} \frac{e^{0,2\theta}}{\sin \theta} (1 - \cos \gamma \cos \theta) d\theta - \int_a^\gamma \frac{e^{0,2\theta}}{\sin \theta} (1 - \cos \gamma \cos \theta) d\theta,$$

$$\frac{t_{\text{н}}}{2r} = \int_{\gamma}^{\beta} [(\gamma - \theta) \operatorname{ctg} \theta + 1] e^{0.2\theta} d\theta - \int_{\alpha}^{\gamma} [(\gamma - \theta) \operatorname{ctg} \theta + 1] e^{0.2\theta} d\theta.$$

Из графиков  $m_{\text{н}}$  и  $t_{\text{н}}$ , приведенных на рис. 2а, б, следует, что в результате неоднородности, вызванной, например, нейтронным облучением, температурным градиентом и др., предельные усилия и момент возрастают, а  $m_0$  и  $t_0$  соответствуют однородному случаю.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Olszak W., Urbanowski W. Non homogeneous thick-walled elastic-plastic spherical shell subjected to internal and external pressures // Rozpr., — 1956. — Inz., 4, № 11 — P. 23 — 56.
2. Ольшак В., Рыклевский Я., Урбановский В. Теория пластичности неоднородных тел. — М.: Мир, 1964. — 156 с.
3. Гордон В. А. Несущая способность неоднородной оболочки // Работы по механике сплошных сред: Сб. науч. тр. — Тула 1975. — С. 12 — 16.
4. Ильиничин А. А., Огибалов П. М. О прочности оболочек толстостенного цилиндра и полого шара, подвергнутых облучению // Инж. сб. — 1960. — № 28. — С. 86 — 92.
5. Rogozinski M. Some problems of thermo-plasticity of a spherical shell // Proc IUTAM Symposium. — Warsaw, 1958. — P. 17 — 32.
6. Дорофеева В. М., Курчанова М. В. Напряжения в многослойном неоднородном упругопластическом шаре // Прикл. пробл. прочности и пластичности. — 1978. — № 8. — С. 75 — 83.
7. Gurushankar G. A. A note on the yielding of an accelerating non-homogeneous disc of varying thickness and density with radial loading // J. Strain. Anal., — 1978. — 13, № 1. — P. 59 — 63.
8. Задоян М. А. Пластическое течение конусообразных тел // ПММ. — 1983. № 2. — С. 209 — 218.

И-т мех. АН АрмССР

28. XI. 1986

Изв. АН АрмССР (сер. ТН), т. XLII, № 2, 1989, с. 60 — 63.

РАДИОЭЛЕКТРОНИКА

УДК 621.317.754

СИМОНЯН Р. А., ШАШИКЯН С. А.

### АВТОМАТИЧЕСКИЙ ИЗМЕРИТЕЛЬ ВЫХОДНОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ ЛАБОРАТОРНЫХ ИСТОЧНИКОВ ПИТАНИЯ

Описано устройство, позволяющее измерить выходное сопротивление лабораторных источников питания, работающих в режимах стабилизации напряжения и тока. Устройство работает по принципу переключаемой нагрузки измеряемого источника питания с одновременно измеряемым изменением выходного тока напряжения при помощи запоминающего элемента. Устройство обеспечивает измерение выходного сопротивления источников напряжения или тока с точностью 1,5% при напряжениях источников 0—50 В и при токах до 5 А.

Ил. 3. Библиогр.: 2 назв.