Изв. АН Армении (сер. ТН), т. XLIV, № 1, 1991, с. 3—7

МАШИНОСТРОЕНИЕ

УДК 621.01

К. Г. СТЕПАНЯН, Г. С. АЙРАПЕТЯН, К. С. АРЗУМАНЯН

ДИНАМИЧЕСКИЙ СИНТЕЗ МЕХАНИЗМОВ ПО МАКСИМАЛЬНОМУ ЗНАЧЕНИЮ РАДИУСА УСКОРЕНИЯ

Приведен упрощенный алгоритм определения радиуса ускорения механизмов и разработан метод их динамического синтеза по максимальному радиусу ускорения. Показано, что в математической постановке задача динамического синтеза сводится к минимаксным задачам с ограничениями, для решения которых эффективным является метод случайного поиска при определении максимумов негладких функций. Предложенный метод иллюстрирован численным примером.

Ил. 3. Табл. 1. Библиогр.: 2 назв.

Բերված է մեխանիզմների արագացման շառավղի որոշման պարզեցված ալգորիթմ և մշակված է նրանց դինամիկական համադրման մեթոդ՝ ըստ արագացման շառավղի մեծագույն արժեքի։ Ցույց է տրված, որ մաթեմատիկական դրվածքով դինամիկական համադրման խնդիրը բերվում է սահմանափակումներով մինիմաքսի խնդրի, որի լուծման համար առավել արդյունավետ է ոչ ողորկ ֆունկցիաների մեծագույն արժեքների որոշման պատահական փնտրման մեթոդը։ Առաջարկված մեթոդը ցուցադրված է թվային օրինակով։

Дифференциальные уравнения движения механизма представляются в виде

$$\sum_{j=1}^{w} a_{lj}(q, I)\,\ddot{q}_j = \sum_{j=1}^{w} b_{lj}(q, \dot{q})\,P_j + c_l(q, \dot{q}), \qquad l = 1, 2, \ldots w, \tag{1}$$

где $q = (q_1, q_2, \ldots, q_w)$ и $\dot{q} = (\dot{q}_1, \dot{q}_2, \ldots, \dot{q}_w)$ — соответственно векторы обобщенных координат и скоростей; $\ddot{q}_j$ $(j = 1, 2, \ldots, w)$ — обобщенные ускорения; $I = (I_1, I_2, \ldots, I_n)$ — вектор инерционных параметров механизма; a_{lj}, b_{lj}, c_l $(l, j = 1, 2, \ldots, w)$ — известные функции скоростей и инерционных параметров от обобщенных координат, вид которых зависит от структуры механизма; w — число степеней подвижности; P_j — движущие силы, значения которых меняются в пределах

$$P_{j\min} \leqslant P_j \leqslant P_{j\max}. \tag{2}$$

При заданных инерционных параметрах $I_1, I_2, \ldots, I_n$ и ряда наборов q_{jl}, $\dot{q}_{jl}$ $(j = 1, 2, \ldots, w, \ l = 1, 2, \ldots, N)$ обобщенных координат и скоростей уравнения (1) позволяют определить те обобщенные ускорения $\ddot{q}_{jl}$, которые могут развиваться механизмом из соответствующих конфигураций $q_l = (q_{1l}, q_{2l}, \ldots, q_{wl})$. Для этого выбираем некоторый набор движущих сил P_j, удовлетворяющих условиям (2), и N раза решаем линейную систему (1). Очевидно, найденное в каждой i-ой конфигурации механизма ускорение $\ddot{q}_i = (\ddot{q}_{1i}, \ddot{q}_{2i}, \ldots, \ddot{q}_{wi})$ зависит от выбранных значений движущих сил P_j. Точки $\ddot{q}_i = (\ddot{q}_{1i}, \ddot{q}_{2i}, \ldots, \ddot{q}_{wi})$, соответствующие всевозможным наборам этих сил, удовлетворяющих условиям (2), образуют в пространстве обобщенных ускорений некоторое непрерывное множество, которое обозначим через $K_i(I)$. Объединение всех множеств $K_i(I)$, соответствующих выбранным конфигурациям механизма, определяет в вышеуказанном пространстве множество $K(I) = \bigcup\limits_{i=1}^{N} K_i(I)$, грань которого обозначим через $G(I)$. Минимальное расстояние $R(I)$ точек грани $G(I)$ от начала координатной системы обобщенных ускорений в работе [1] названо радиусом ускорения.

Представим упрощенный метод определения радиуса ускорения. Из линейности уравнений (1) движения механизмов относительно обобщенных ускорений и движущих сил, а также из условий (2) следует, что грань $G_i(I)$ множества $K_i(I)$ в w-мерном пространстве обобщенных ускорений представляет собой выпуклый $2w$-гранник, координатами вершин которого является те наборы обобщенного ускорения $\ddot{q}_i = (\ddot{q}_{1i}, \ddot{q}_{2i}, \ldots, \ddot{q}_{wi})$, которые соответствуют граничным значениям $P_{j\min}$ и $P_{j\max}$ движущих сил. Поэтому чтобы найти уравнения гиперплоскостей, характеризующих грани $2w$-гранника, необходимо сначала для всевозможных наборов $(P_1, P_2, \ldots, P_w)$ движущих сил, составленных из их граничных значений $P_{j\min}$ и $P_{j\max}$, решением линейной системы (1) определить 2^w наборов обобщенных ускорений $\ddot{q}_{i\nu} = (\ddot{q}_{1i\nu}, \ddot{q}_{2i\nu}, \ldots, \ddot{q}_{wi\nu})$ $(\nu = 1, 2, \ldots, 2^w)$ и соответствующие им точки в пространстве обобщенных ускорений. Затем составляем всевозможные наборы $\ddot{q}_{i\nu 1}, \ddot{q}_{i\nu 2}, \ldots, \ddot{q}_{i\nu w}$ w точек и через них проводим гиперплоскость, уравнения которых имеют вид

$$\begin{vmatrix} \ddot{q}_1 - \ddot{q}_{1i\nu 1} & \ddot{q}_2 - \ddot{q}_{2i\nu 2} \cdots \ddot{q}_w - \ddot{q}_{wi\nu 1} \\ \ddot{q}_{1i\nu 2} - \ddot{q}_{1i\nu 1} & \ddot{q}_{2i\nu 2} - \ddot{q}_{2i\nu 1} \cdots \ddot{q}_{wi\nu 2} - \ddot{q}_{wi\nu 1} \\ \cdots & \cdots \\ \ddot{q}_{1i\nu w} - \ddot{q}_{1i\nu 1} & \ddot{q}_{1i\nu w} - \ddot{q}_{2i\nu 1} \cdots \ddot{q}_{wi\nu w} - \ddot{q}_{wi\nu 1} \end{vmatrix} = 0, \qquad (3)$$

$$\nu_1, \nu_2, \ldots, \nu_w \in [1;\ 2^w].$$

Нетрудно заметить, что гиперплоскость (3) принадлежит грани $G_i(I)$, если точки $\ddot{q}_{i\nu}$, координаты которых не входят в ее уравнение, находятся в одном полупространстве. Для этих точек значения определителя в левой части равенства (3) должны иметь одинаковые знаки. По этому признаку выделяем все $2w$ грани множества $K_i(I)$, которые обозначим через $\Pi_{1i}, \Pi_{2i}, \ldots, \Pi_{2wi}$. Если начало координат-

ной системы обобщенных ускорений принадлежит множеству $K_i(I)$, то радиус ускорения $R_i(I)$ механизма для его i-ой конфигурации определяется как минимальное значение наикратчайших расстояний начала системы обобщенных ускорений от гиперплоскостей Π_i. Если же начало вышеуказанной системы не принадлежит множеству $K_i(I)$, то задача об определении $R_i(I)$ сводится к нахождению наикратчайшего расстояния точки $\ddot{q} = (0, 0, \ldots, 0)$ от выпуклой оболочки $G_i(I)$.
На рис. 1 и 2 иллюстрированы примерные виды множества $K_i(I)$ и его грани $G_i(I)$ для механизмов с двумя степенями свободы.

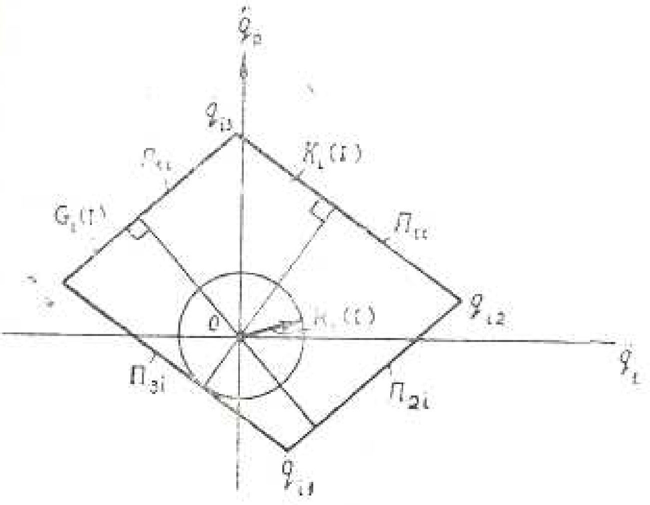

Рис. 1.

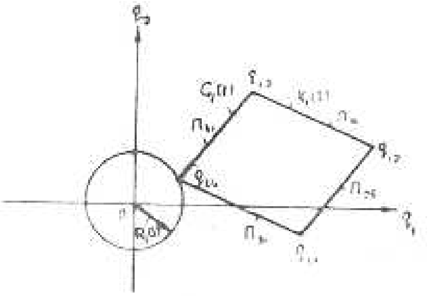

Рис. 2.

Осуществляя предложенную процедуру для всех заданных конфигураций q_i механизма, определим N значений $R_i(I)$, минимальное $R(I) = \min_{i \in [1:N]} R_i(I)$ из которых будет его радиусом ускорения.

Радиус ускорения является одной из динамических характеристик механизма, оценивающих качество его работы. С ним связано и такое важное свойство механизма, каким является быстродействие.

В частности, чем больше радиус ускорения, тем меньше время, за которое можно перевести механизм из начального состояния в конечное, что, в свою очередь, увеличивает его производительность. В связи с этим ставится задача динамического синтеза механизмов по максимальному радиусу ускорения. Требуется определить такие инерционные параметры $I^* = (I_1^*, I_2^*, \ldots, I_n^*)$, для которых

$$R(I^*) = \max_{I \in \{I\}} R(I), \tag{4}$$

где множество $\{I\}$ задается неравенствами

$$I_{r\min} \leqslant I_r \leqslant I_{r\max}, \qquad r = 1, 2, \ldots, n. \tag{5}$$

По своей сущности поставленная задача (4) является максиминной задачей с ограничениями (5), которая может быть решена методами, изложенными в [2]. Однако в данном случае достаточно эффективным является метод случайного поиска, смысл которого заключается в следующем. Предположим, что k-ое приближение $I^{(k)} = (I_1^{(k)}, I_2^{(k)}, \ldots, I_n^{(k)})$ уже известно. Опишем построение $I^{(k+1)}$. С помощью датчика случайного вектора $\xi = (\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n)$ с заданным законом распределения получаем его N_1 реализации $\xi_\mu = (\xi_{1\mu}, \xi_{2\mu}, \ldots, \xi_{n\mu})$ $(\mu = 1, 2, \ldots, N_1)$ и в пространстве E^n искомых инерционных параметров $I_1, I_2, \ldots, I_n$ определяем точки с координатами

$$I_{r\mu} = I_r^{(k)} + \alpha_r \xi_{r\mu}, \tag{6}$$

где α_r — заданные положительные числа.

Для всех векторов $I_\mu = (I_{1\mu}, I_{2\mu}, \ldots, I_{n\mu})$ по предложенному выше алгоритму определяем $R(I_\mu)$ и среди них выбираем тот $\mu_0 \in [1 : N_1]$, для которого

$$R(I_{\mu_0}) = \max R(I_\mu), \; I_{r\min} \leqslant I_{r\mu_0} \leqslant I_{r\max}.$$

Если такой μ_0 существует, то полагаем $I^{(k+1)} = (I_{1\mu_0}, I_{2\mu_0}, \ldots, I_{n\mu_0})$, где $I_{r\mu_0}$ определяются по формуле (6). Если же указанного μ_0 не существует, то процесс прекращаем и можем принять $I^* = I^{(k)}$.

В качестве примера рассмотрим синтез плоского манипулятора платформенного типа (рис. 3) со следующими геометрическими параметрами: $X_{A1} = 0$, $Y_{A1} = 0$, $X_{A2} = 0{,}4$, $Y_{A2} = 0$, $X_{A3} = 0{,}4$, $Y_{A3} = 0{,}35$, $x_{C1} = -0{,}1$, $y_{C1} = -0{,}045$, $x_{C2} = 0{,}1$, $y_{C2} = -0{,}045$, $x_{C3} = 0$, $y_{C3} = l_3 = l_5 = l_7 = 0{,}075$. В таблице приведен набор десяти заданных конфигураций и скоростей манипулятора.

При принятых обозначениях здесь требуется определить следующие инерционные параметры: $I_1 = m_1$, $I_2 = I_{S1}$, $I_3 = I_{A1}$, $I_4 = I_{A2}$, $I_5 = I_{A3}$, $I_6 = m_3$, $I_7 = I_{S3}$, $I_8 = m_5$, $I_9 = I_{S5}$, $I_{10} = m_7$, $I_{11} = I_{S7}$, где m_1, m_3, m_5, m_7, I_{S1}, I_{S3}, I_{S5}, I_{S7} — соответственно массы и центральные моменты инерции звеньев 1, 3, 5 и 7, а I_{A1}, I_{A2}, I_{A3} — моменты инерции звеньев 2, 4, 6 относительно точек A_1, A_2 и A_3.

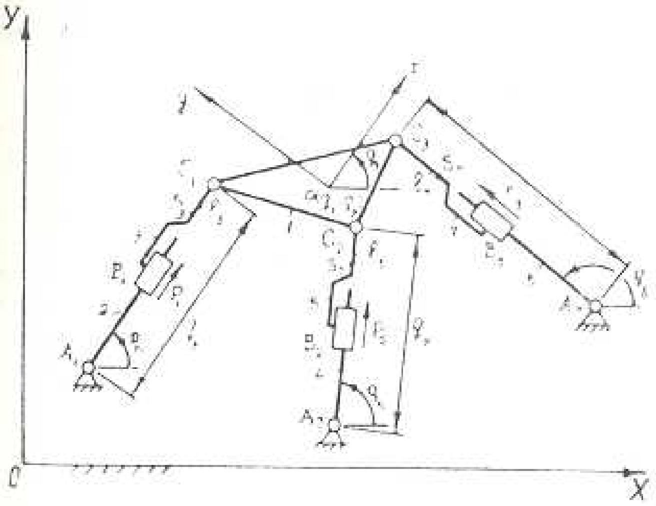

Рис. 3

Таблица

Параметры	Конфигурации манипулятора									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
q_1	0,200	0,220	0,180	0,190	0,180	0,190	0,210	0,220	0,210	0,180
q_2	0,215	0,195	0,235	0,215	0,225	0,235	0,225	0,205	0,205	0,195
q_3	0,000	0,200	−0,200	−0,100	0,100	0,000	−0,200	−0,100	−0,200	0,100

Примечание. $\dot{q}_1 = \dot{q}_2 = \dot{q}_3 = 0$.

В процессе синтеза получены следующие значения выходных параметров: $I_1^* = 1$, $I_2^* = 0{,}003$, $I_3^* = I_4^* = I_5^* = 0{,}00925$, $I_6^* = I_8^* = I_{10}^* = 0{,}3$, $I_7^* = I_9^* = I_{11}^* = 0{,}00155$, $R(I^*) = 26{,}0795$.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Graetinger Timothy J., Krogh Bruce H.* The Acceleration Radius: A Global Performance Measure for Robotic Manipulators//IEEE, Journal of Robotics and Automation. — 1988. — Vol. 4. — № 1. — P. 60—69.
2. *Демьянов В. Ф., Малозёмов В. Н.* Введение в минимакс.—М.: Наука, 1972.—368 с.

ЕрПИ — 2. II. 1990