

А.А. САРГСЯН

ОСНОВНЫЕ ЗАКОНОМЕРНОСТИ ФИЛЬТРОВАНИЯ ПРИ
НЕЛИНЕЙНОМ ЗАКОНЕ ФИЛЬТРАЦИИ

Приведены основные закономерности фильтрования, когда фильтрация протекает по нелинейному закону, а разделение загрязняющих веществ - в режиме кольматажа. Учитывается, что коэффициент массообмена является непостоянной величиной. Получены аналитические зависимости, позволяющие определить концентрацию фильтруемой жидкости в пористой среде, количество поглощенных веществ и распределение давления в толще фильтрующего материала в зависимости от координаты и времени.

Ключевые слова: фильтрование, кинетика, массообмен, кольматаж, концентрация, скорость, давление.

Известно [1, 2 и др.], что при фильтрации жидкости через пористую среду, когда число Рейнольдса $Re > Re_{кр} = 3...10$, нарушается линейный закон фильтрации (закон Дарси). В технологическом процессе фильтрования во всех скорых, сверхскорых фильтрах и других фильтровальных установках число Рейнольдса, действительно, чаще всего превышает своё критическое значение.

Рассмотрим процесс кольматажа при фильтрации загрязненной жидкости через однородный плоский фильтрующий слой в режиме $Re > Re_{кр}$. Математическая модель процесса фильтрования представляет собой систему дифференциальных и алгебраических уравнений, одно из которых описывает движение жидкости и ассоциированных с ней веществ через пористое пространство, второе учитывает влияние изменения геометрической структуры пористой среды на ее проницаемость, третье определяет баланс вещества, а четвертое представляет кинетику процесса.

Следуя [2], уравнение движения жидкости можно представить в виде

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\rho^{m-1} \mu^{2-m} v^m}{a^m k^{(3-m)/2}}, \quad (1)$$

где v - скорость фильтрации; μ - динамический коэффициент вязкости жидкости; ρ - плотность жидкости; p - давление; k - проницаемость пористой среды; x - координата; a и m - некоторые постоянные.

Изменение проницаемости пористой среды можно представить в виде [4, 6]

$$k = k_0 (1 - b/n_0)^\theta, \quad (2)$$

где k_0 - начальное значение проницаемости; b - объемное удельное отложение загрязняющих веществ в пористой среде; n_0 - начальная пористость; θ - параметр.

При очистке жидкостей на фильтрах, особенно когда число Рейнольдса превышает свое критическое значение, перенос веществ, обусловленный диффузионными процессами, незначителен по сравнению с конвективным переносом и существенной роли не играет [3]. Поэтому в уравнении материального баланса диффузионным членом пренебрегают, т.е.

$$-v \frac{\partial c}{\partial x} + n_0 \frac{\partial c}{\partial t} + \frac{\partial b}{\partial t} = 0, \quad (3)$$

где c - концентрация веществ в фильтруемой жидкости; t - время.

Уравнение кинетики фильтрования представим в виде

$$\frac{\partial b}{\partial t} = \alpha(b_0 - b) \frac{c}{c_0}, \quad (4)$$

где b_0 - предельное значение b ; α - коэффициент скорости массообмена; c_0 - объемная исходная концентрация очищаемой жидкости.

В работе [7] показано, что значение α зависит от скорости фильтрации. Действительно, если скорость фильтрации такова, что нарушается линейный закон фильтрации, то нарушается и предположение $\alpha = const$. Скорее всего, α есть функция от числа Рейнольдса. Для случая кольматажа опыты показывают, что зависимость $\alpha = f(Re)$ можно представить в виде, приведенном на рисунке.

График зависимости $\bar{\alpha} = f(Re)$ с небольшой погрешностью можно аппроксимировать в виде

$$\bar{\alpha} = \frac{\alpha}{\alpha_0} = \begin{cases} 1, & 0 \leq Re \leq Re_1, \\ 1 - (1 - \bar{\alpha}_{\min}) \bar{Re}, & Re_1 \leq Re \leq Re_2, \\ \alpha_{\min} & Re \geq Re_2, \end{cases} \quad (5)$$

где $\bar{Re} = (Re - Re_1) / (Re_2 - Re_1)$; α_0 - значение α при $Re < Re_1$; $\bar{\alpha}_{\min}$ - минимальное значение α . Причем α_{\min} может принять разные значения в зависимости от вида фильтрующего материала и отделяющих веществ. Например, при очищении воды от органических веществ активированным углем - $\bar{\alpha}_{\min} = 0,55 \dots 0,7$, а при очищении малоконцентрированной суспензии глины песком - $\bar{\alpha}_{\min} = 0,15 \dots 0,3$. Диапазон изменения $\bar{\alpha}_{\min}$ находится в пределах: $0,12 < \bar{\alpha}_{\min} < 0,78$.

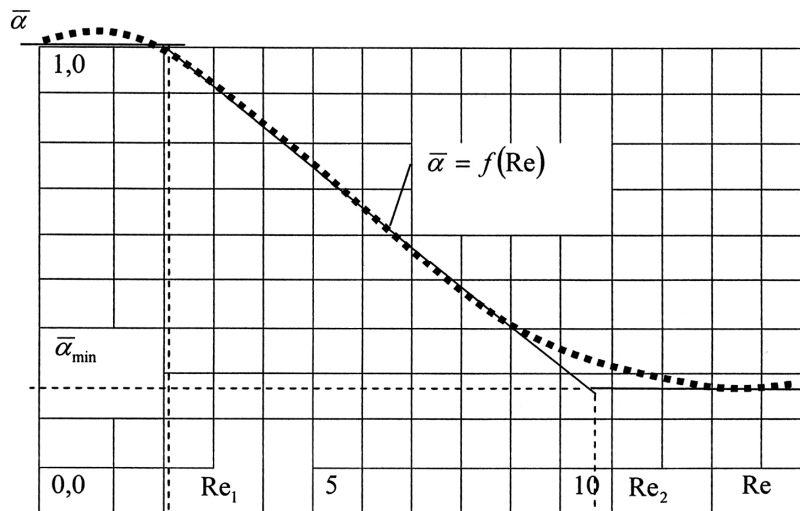


Рис. Зависимость $\bar{\alpha} = f(\text{Re})$

Значение $\text{Re}_{1,2}$ в выражении (5) зависит от эквивалентного диаметра и формы частиц фильтрующего материала и, в основном, находится в диапазонах $2,5 < \text{Re}_1 < 7,5$ и $12 < \text{Re}_2 < 18$, а чаще всего: $5 < \text{Re}_1 < 6$ и $14 < \text{Re}_2 < 15$.

Систему дифференциальных и алгебраических уравнений (1) – (4) необходимо решить при следующих краевых условиях:

$$p(0,t) = p_0 = \text{const}, \quad (6)$$

$$v = \text{const}, \quad (7)$$

$$c(\delta,t) = c_0 = \text{const} \quad (8)$$

$$b(x,0) = 0, \quad (9)$$

$$k(x,0) = k_0, \quad (10)$$

где δ - толщина фильтрующего материала.

Из решения (3) и (4) при условиях (8) и (9) находим

$$\bar{c} = \frac{c}{c_0} = \frac{\exp \bar{x}}{\exp \bar{t} + (1 - \exp \bar{t}) \exp \bar{x}}, \quad (11)$$

$$\bar{b} = \frac{b}{b_0} = \frac{(1 - \exp \bar{t}) \exp \bar{x}}{\exp \bar{t} + (1 - \exp \bar{t}) \exp \bar{x}}, \quad (12)$$

где
$$\bar{x} = \alpha \frac{b_0}{c_0} \frac{(x - \delta)}{v}, \quad \bar{t} = -\alpha \left[t - \frac{n_0}{v} (x - \delta) \right].$$

В уравнениях (11) и (12) значение α берется согласно (5).

Для определения распределения давления в толще фильтрующего материала необходимо проинтегрировать уравнение (1). Тогда будем иметь

$$p = \frac{\rho^{m-1} \mu^{2-m} v^m}{a^m k_0^{\frac{3-m}{2}}} \int \left(1 - \frac{b}{n_0}\right)^{\frac{m-3}{2} \theta} dx + f(t). \quad (13)$$

Для вычисления интеграла в (13) необходимо ввести значение функции b из (12). Однако в этом случае получаем интегральное уравнение, которое не поддается аналитическому решению. Поэтому целесообразно усреднить функцию $b(x, t)$ по всему объему фильтрующего материала:

$$\tilde{b}(t) = \frac{1}{\delta} \int_0^{\delta} b(x, t) dx. \quad (14)$$

После усреднения для $b(x, t)$ имеем

$$b(t) = b_0 \left(1 - \frac{1}{\delta} \ln |1 - \exp \bar{t} + \exp \bar{t} \cdot \exp \bar{\delta}|\right), \text{ где } \bar{\delta} = \alpha \frac{b_0}{c_0} \frac{\delta}{v}. \quad (15)$$

С учетом (15) уравнение (13) принимает вид

$$p = \frac{\rho^{m-1} \mu^{2-m} v^m}{a^m k_0^{\frac{3-m}{2}}} \left\{1 - \frac{b_0}{n_0} \left[1 - \frac{1}{\delta} \ln |1 - \exp \bar{t} (1 - \exp \bar{\delta})|\right]\right\}^{\frac{m-3}{2} \theta} x + f(t). \quad (16)$$

Используя условия (6) из (16), имеем $f(t) = p_0$ и, следовательно,

$$p = p_0 + \frac{\mu^2}{\rho} \left(\frac{\rho v}{a \mu}\right)^m k_0^{\frac{m-3}{2}} \left\{1 - \frac{b_0}{n_0} \left[1 - \frac{1}{\delta} \ln |1 - (1 - \exp \bar{\delta}) \exp \bar{t}|\right]\right\}^{\frac{m-3}{2} \theta} x. \quad (17)$$

Относительное значение перепада давления над фильтрующим материалом равно

$$\Delta \bar{p} = \frac{p_* - p_0}{\delta} = \frac{\mu^2}{\rho} \left(\frac{\rho v}{a \mu}\right)^m k_0^{\frac{m-3}{2}} \left\{1 - \frac{b_0}{n_0} \left[1 - \frac{1}{\delta} \ln |1 - (1 - \exp \bar{\delta}) \exp \bar{t}|\right]\right\}^{\frac{m-3}{2} \theta}, \quad (18)$$

где p_* — давление над поверхностью фильтрующего материала.

В выражениях, описывающих фильтрацию жидкости, кроме исходных данных $v, c_0, \rho, \mu, \delta$, входят также гидродинамические и физико-химические параметры $n_0, k_0, \theta, a, m, \alpha, b_0$, которые определяются из экспериментов применением методов технологического моделирования. Методика определения n, k_0, a, m приведена в [4], а θ — в [5]. Для определения α и b_0 необходимо иметь значения выходных концентраций c_1 и c_2 фильтрата в моменты времени t_1 и t_2 . Тогда эти параметры определяются из (11) методом подбора. Их можно также определить, используя функции (12) или (16).

Вышеприведенные выражения позволяют прогнозировать изменения концентрации фильтруемой жидкости, количество поглощенных веществ пористой средой и давление в зависимости от координаты и времени, а также перепад давления в фильтруемом материале в течение времени.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Полубаринова – Кочина П.Я.** Теория движения грунтовых вод.- М.: Наука,1977.- 664 с.
2. **Пыхачев Г.Б.** Подземная гидравлика.-М.: Гостоптехиздат, 1961.- 386 с.
3. **Саркисян В.С., Саргсян А.А.** Массообмен при фильтрации жидкости, содержащей взвешенные, эмульгированные и растворенные вещества, через двухслойную пористую среду // Изв. АН АрмССР . Серия техн. наук.- 1989.-Т.42, N 1.- С.23-27.
3. **Саркисян В., Саркисян С., Саргсян А., Бабаян А.** О влиянии фильтрации растворов на строение грунтов // Бюллетень строителей Армении.-2003.- N 6.- С. 14-16.
4. **Веригин Н.Н., Васильев С.В., Саркисян В.С., Шержуков Б.С.** Гидродинамические и физико – химические свойства горных пород,- М.: Недра, 1977.- 270 с.
5. **Мицц Д.М.** Теоретические основы технологии очистки воды. - М.: Стройиздат, 1964.- 155 с.
6. **Trzaska A.** Experimentfl research on the phenomenon if colmatage// Bull&de L^Academie Pol. Sci. Str.Techn.-1965.-Vol. 13, N 9.- P.451-457.

Ин-т водных проблем и гидротехники РА. Материал поступил в редакцию 20.11.2003.

Ա.Ա. ՍԱՐԳՍՅԱՆ

ԶՏՄԱՆ ՀԻՄՆԱԿԱՆ ՕՐԻՆԱԶՉԱՓՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԸ ԾՄԱՆՅՄԱՆ ՈՉ ԳԾԱՅԻՆ ՕՐԵՆՔԻ ԴԵՂՔՈՒՄ

Բերված են գտրման գործընթացը նկարագրող հիմնական օրինաչափությունները, երբ ծծանցումն ընթանում է ոչ գծային օրենքով, իսկ հեղուկից օտար նյութերի տարանջատումը՝ կոլմատաժի ռեժիմում: Հաշվի է առնված նյութափոխանակության գործակցի ոչ հաստատուն լինելը: Ստացված վերլուծական կապերը հնարավորություն են տալիս որոշել ծակոտկեն միջավայրում գտիչի կոնցենտրացիայի, կլանված նյութերի քանակի եւ ճնշման փոփոխությունները՝ կոորդինատից եւ ժամանակից կախված:

A.A. SARGSYAN

THE MAIN FILTRATING REGULARITIES IN NON-LINEAR FILTRATION LAW

The main regularities of the filtration process when filtration flows by the nonlinear law and the separation of contaminating substances from liquid in colmatage is presented. The non-constant value of massexchange is taken into account. Analytical dependences allowing to decide the changes of concentration to be filtrated, in porous medium the quantity of absorption substances and the pressure distribution in filtration material depending on the coordinate and time are obtained.