$$[W,S,H_ж,M_ж,V_ж,P_1(x,y,z,w)\uparrow^1 \mathbf{N}()\downarrow^1 P_2(x,y,z,w)\uparrow^2 \mathbf{M}(C_d,\mathbf{M}(A,\mathbf{M}(\rho_{жид},$$

$$\mathbf{R}(A(\mathbf{D}(\mathbf{M}(2,\mathbf{S}(P,P_{окр})),\rho_{жид}),\mathbf{M}(2,\mathbf{M}(g,H_{жид}))))))\downarrow^2 P_3(x,y,z,w)\uparrow^3 \mathbf{M}(C_d,$$

$$\mathbf{M}(\psi,\mathbf{D}(\mathbf{M}(A,P),a_n)))\downarrow^3 P_4(x,y,z,w)\uparrow^4 \mathbf{D}(\mathbf{M}(G_{жид},\mathbf{M}(C_p,\mathbf{S}(T,T_{кип}))),h)\downarrow^4].$$

ЛИТЕРАТУРА

1. **Абрамян А.Г.** К автоматизации расчета аварийных выбросов из резервуаров. Деп. В АрмНИИНТИ. 05.08.98. № 114-Ар98.
2. **Hanna S.R., Drivas P.J.** Guidelines for use of vapour dispersion models.- New York: American Institute of Chemical Engineers, 1987. - 177 p.
3. **Fryer L.S., Kaiser G.D.** DENZ - A computer program for the calculation of the dispersion of dense toxic or explosive gases in the atmosphere /SRD R 152 UKAEA.- Culcheth. 1979. - P.
4. **Ляпунов А.А.** О логических схемах программ // Проблемы кибернетики: Сб.- М.: Гостехиздат, 1957. - Вып. 1. - С. 57-74.

ГИУА 28.01.1998

Изв. НАН и ГИУ Армении (сер. ТН), т. LI, № 3, 1998, с. 356-360.

УДК 681.515

АВТОМАТИЗАЦИЯ И СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

А.В. БАРСЕГЯН

МОДЕЛЬ ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ СИСТЕМОЙ ПОРТФЕЛЕЙ БАНКА

Նախագծված է բանկի պորտֆելների համակարգի օպտիմալ կառավարման դինամիկ մոդել, որը ենթադրում է օպտիմալ կառավարումների որոշումը, ի սկզբանե որոշված, վերջնական նպատակին հասնելու համար: Որոշված է օպտիմալության չափանիշը: Առաջարկվում է մոդելի օպտիմալ կառավարման ալգորիթմը:

Разработана динамическая модель оптимального управления системой портфелей банка. Данная модель предполагает определение оптимальных управлений для достижения требуемой, изначально установленной конечной цели. Определен критерий оптимальности. Предлагается алгоритм оптимального управления модели.

Библиогр.: 2 назв.

A dynamic model for optimal management of the bank portfolios system is developed. This model determines the optimal controls for reaching the required, primary established, finite objective. The optimality criterion is determined. An optimal control algorithm of the model is proposed.

Ref. 2.

Как известно, социально-экономическая ситуация переходного периода экономики обуславливает крайнюю неустойчивость финансового рынка. В таких условиях банки, являясь неотъемлемой частью экономики каждой страны, сталкиваются с проблемами стратегического планирования и, как следствие, оптимального управления активами, пассивами и ликвидностью. С этой точки зрения, необходимым является разработка эффективных методов и инструментов для разрешения вышеуказанных проблем.

Описание модели. Введем следующие обозначения: $A=(A_1,\ldots,A_k)$ и $B=(B_1,\ldots,B_n)$ - векторы активов (распределенные средства) и пассивов (привлеченные средства) банка; $G=(G_1,\ldots,G_k)$ и $H=(H_1,\ldots,H_n)$- доходности (процентные ставки) активов и процентные ставки пассивов, устанавливаемые банком; $G^*=(G_1^*,\ldots,G_k^*)$ и $H^*=(H_1^*,\ldots,H_n^*)$- средние рыночные значения процентных ставок активов и пассивов; $E(t)$ - коэффициент резервации в фонд вероятных кредитных потерь, зависящий от степени просроченности кредита; R_k - нормативный коэффициент риска для каждого типа активов; C и C' - собственный и основной капиталы банка; $A'=(A'_1,\ldots,A'_l)$, $B'=(B_1',\ldots,B_m')$ и $A^*=(A_1^*,\ldots,A_n^*)$ - векторы высоколиквидных активов, средств до востребования и резервов в Центральном Банке соответственно; q_1, q_2, q_3, q_4, q_5 - нормативы, устанавливаемые Центральным Банком.

Отметим, что процентные ставки зависят как от типов распределенных и привлеченных средств, так и от их срочности.

В математической постановке задачи оптимального планирования системы портфелей банка требуется найти неизвестные векторы активов **A** и пассивов **B** банка, максимизирующие линейную форму прибыли системы портфелей [1]:

$$Z(\mathbf{A},\mathbf{B})=[\sum_k A_k G_k-\sum_n B_n H_n]\rightarrow \max \tag{1}$$

при ограничениях

$$A_k\ge 0,\ B_n\ge 0,\ G_k\ge 0,\ H_n\ge 0, \tag{2}$$

при условии балансового ограничения

$$\sum A_k \le \sum B_n + C, \tag{3}$$

при собственных лимитах банка

$$A_{k,\min}\le A_k\le A_{k,\max} \text{ и } B_{n,\min}\le B_n\le B_{n,\max} \tag{4}$$

и при ограничениях, устанавливаемых Центральным Банком:

$$P_1=C/q_1-\sum A_k R_k\ge 0, \tag{5}$$

$$P_2=C'/q_2-\sum A_k R_k\ge 0, \tag{6}$$

$$P_3=\sum A'_l-q_3\sum A_k\ge 0, \tag{7}$$

$$P_4=\sum A'_l-q_4\sum B'_m\ge 0, \tag{8}$$

$$P_5=\sum A^*_n-q_5\sum B_n\ge 0, \tag{9}$$

где P_1 и P_2 - нормативы адекватности общего и основного капиталов; P_3 и P_4 - нормативы ликвидности; P_5 - ограничение на резервы в ЦБ.

В данной работе вопрос рисковости активов не рассматривается, т.е. $R_k=1$. Примем также $C=C'$. Тогда ограничения (5) и (6) примут вид

$$P_1=C/q_1-\sum A_k\geq 0 \text{ и } P_2=C/q_2-\sum A_k\geq 0. \qquad (10)$$

Ограничения (10) определяют величину увеличения (если $P_1>0$ и $P_2>0$) или уменьшения (если $P_1<0$ или $P_2<0$) общей суммы активов, взвешенных по риску, и ограничение вида

$$L=\min(P_1,\ P_2)\geq 0, \qquad (11)$$

а ограничения (7)-(9) определяют величину дефицита (если $P_3<0$ или $P_4<0$ или $P_5<0$) или излишка средств (если $P_3>0$ и $P_4>0$ и $P_5>0$):

$$P=\min(P_3,\ P_4,\ P_5)\geq 0. \qquad (12)$$

Доходность каждого типа активов G_k и норма процентных расходов по каждому типу пассивов H_n определяются в виде

$$G_k=U_{A_k}/(\Delta t_k A_k),\ \ H_n=W_{B_n}/(\Delta t_n B_n),$$

где U_{A_k} - доход k-го типа активов величиной A_k за время Δt_k, а W_{B_n} - процентный расход n-го типа пассивов величиной B_n за время Δt_n.

Изменение собственного капитала (прибыли) определяется в виде:

$$\Delta C=\sum_k\frac{U_{A_k}}{\Delta t_k A_k}A_k\Delta t_k-\sum_n\frac{W_{B_n}}{\Delta t_n B_n}B_n\Delta t_n-\sum_k A_k E_k$$

$$\text{или}\ \ \Delta C=\sum_k A_k(G_k\Delta t_k-E_k)-\sum_n H_n B_n\Delta t_n.$$

Умножим числитель и знаменатель на Δt:

$$\Delta C=\sum_k A_k\left(G_k\frac{\Delta t_k}{\Delta t}\Delta t-\frac{E_k}{\Delta t}\Delta t\right)-\sum_n H_n B_n\frac{\Delta t_n}{\Delta t}\Delta t.$$

Введем обозначения:

$$\frac{\Delta t_k}{\Delta t}=\alpha_k,\ \ \frac{\Delta t_n}{\Delta t}=\beta_n,\ \ \frac{E_k}{\Delta t}=f_k(\alpha_k),$$

где α_k и β_n- нормы времени по доходности актива A_k и процентному расходу пассива B_n соответственно. Разделив обе части уравнения на Δt, получим уравнение, описывающее динамику изменения собственного капитала или прибыли банка:

$$\dot{C}=\sum_k A_k(G_k\alpha_k-f_k(\alpha_k))-\sum_n H_n B_n\beta_n, \qquad (13)$$

где $\dot{C}$- производная функции C по времени.

Величина изменения привлеченных средств ΔB_n в каждый момент времени t находится в функциональной зависимости от процентной ставки H_n, устанавливаемой самим банком, существующего рыночного значения H_n^* и совокупного рыночного предложения средств данного типа S_n:

$$\Delta B_n=F_n^S[H_n,H_n^*,\ S_n,t], \qquad (14)$$

где ΔB_n является частью S_n.

Величина изменения распределенных средств ΔA_k в каждый момент времени t находится в функциональной зависимости от процентной ставки G_k, устанавливаемой самим банком, существующего рыночного значения G_k^* и совокупного рыночного спроса средств данного типа D_k:

$$\Delta A_k = F_k^D[G_k, G_k^*, D_k, t], \tag{15}$$

где ΔA_k является частью D_k.

Балансовое ограничение, задаваемое функциями спроса (14) и предложения (15), в каждый момент времени t без учета временной структуры активов и пассивов имеет вид

$$\sum_n \Delta F_n^S[H_n, H_n^*, S_n, t] = \sum_k \Delta F_k^D[G_k, G_k^*, D_k, t]. \tag{16}$$

Из ограничений (2), (4) и зависимостей (14), (15) следует система ограничений:

$$G_{k,min} \le G_k \le G_{k,max} \text{ и } H_{n,min} \le H_n \le H_{n,max}. \tag{17}$$

Пусть $\Delta = \{0 = t_0 < t_1 < \ldots < t_j < t_{j+1} < \ldots < t_q = T\}$ - некоторое разбиение отрезка [0, T] и

$G_{k,\Delta}^* = (G_{k,0}^*, \ldots, G_{k,j}^*, \ldots, G_{k,T}^*)$, $H_{n,\Delta}^* = (H_{n,0}^*, \ldots, H_{n,j}^*, \ldots, H_{n,T}^*)$,

$D_{k,\Delta} = (D_{k,0}, \ldots, D_{k,j}, \ldots, D_{k,T})$, $S_{n,\Delta} = (S_{n,0}, \ldots, S_{n,j}, \ldots, S_{n,T})$ - прогноз рыночных значений процентных ставок G_k^* и H_n^*, а также совокупного рыночного спроса D_k и предложения S_n средств на отрезке [0,T]. Представим временную структуру распределенных и привлеченных средств в виде

$$A_\Delta = (\sum_{t=t_0} A_k(t), \ldots, \sum_{t=t_j} A_k(t), \sum_{t=t_{j+1}} A_k(t), \ldots, \sum_{t=T} A_k(t)), \tag{18}$$

$$B_\Delta = (\sum_{t=t_0} B_n(t), \ldots, \sum_{t=t_j} B_n(t), \sum_{t=t_{j+1}} B_n(t), \ldots, \sum_{t=T} B_n(t)), \tag{19}$$

где A_Δ- распределение по срокам возврата материнских сумм активов; B_Δ- распределение по срокам погашения материнских сумм пассивов на отрезке [0,T].

Допустим, что в некоторый момент времени $t_i \in [0,T]$ имеем первый, ближайший к моменту t_0, отрицательный баланс между возвращаемыми активами с ожидаемой прибылью и погашаемыми пассивами, т.е.

$$\sum_{t=t_i} A_k(t) + \sum_{t=0}^{t_i} C(t) - \sum_{t=t_i} B_n(t) \le 0.$$

С целью обеспечения ликвидности в момент времени $t_i \in [0,T]$ требуется сохранение баланса на отрезке $[0,t_i]$ между суммой возвращаемых активов A_Δ (18), новых привлеченных средств ΔF_S (14) с учетом прибыли C (13) и суммой погашаемых пассивов B_Δ (19), новых распределенных средств ΔF_D (15), т.е.

$$\sum_{t=0}^{t_i} A_k(t) + \sum_{t=0}^{t_i} \Delta F_n^S + \sum_{t=0}^{t_i} C(t) \ge \sum_{t=0}^{t_i} B_n(t) + \sum_{t=0}^{t_i} \Delta F_k^D, \tag{20}$$

а также выполнение ограничений (11) и (12).

Собственный капитал банка находится в функциональной зависимости от управлений, которые обозначим через

$$v_k^1 = G_k,\ v_k^2 = \alpha_k,\ v_n^1 = H_n,\ v_n^2 = \beta_n.$$

Тогда уравнение движения примет вид

$$\dot{C}(t) = \sum_k [A_k(v_k^1 v_k^2 - f(v_k^2))] - \sum_n [v_n^1 v_n^2 B_n]$$

с начальными условиями

$$A_k(0) = A_{k0} \text{ или } v_k^1(0) = v_{k0}^1,\quad G_k(0) = G_{k0} \text{ или } v_k^2(0) = v_{k0}^2,$$

$$B_n(0) = B_{n0} \text{ или } v_n^1(0) = v_{n0}^1,\quad H_n(0) = H_{n0} \text{ или } v_n^2(0) = v_{n0}^2.$$

Постановка задачи. Пусть в конце периода T запланировано значение капитала C^*. Положим расстояние между текущим значением капитала C(t) в момент времени $t \in [0,T]$ и планируемым C^* равным

$$d(C(t),C^*) = \sqrt{[C(t)-C^*]^2}. \qquad (21)$$

Определим критерий оптимальности [2] в виде

$$J = d(C(t),C^*) \to \min.$$

Таким образом, имеем задачу оптимального управления, где требуется найти управления $v_k^1, v_k^2, v_n^1, v_n^2$, в каждый момент $t_i \in [0,T]$, минимизирующие функционал качества (21) при ограничениях (2), (11), (12), (17), (20).

Алгоритм решения. Алгоритм решения задачи основан на методах случайного поиска, изложенных в [2].

1. Для каждого текущего момента $t_i \in [0,T]$ до следующего момента t_{i+1} определить управления $v_k^1, v_k^2, v_n^1, v_n^2$, минимизирующие функционал качества (21) при ограничениях (2), (11), (12), (17), (20). Если в результате генерации R случайных шагов текущее значение минимума не улучшено, то производится переход к следующему шагу алгоритма. В случае попадания текущего минимума в заранее заданную область $[C^* - \varepsilon; C^* + \varepsilon]$ в окрестности запланированной точки C^* производится останов алгоритма.

2. Перейти к следующему моменту времени t_{i+1}.

3. Если $t_{i+1} < T$, то перейти к шагу 1. Иначе - останов алгоритма.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Цисарь И.Ф., Чистов В.П., Лукьянов А.И.** Оптимизация финансовых портфелей банков, страховых компаний, пенсионных фондов. - М.: Дело, 1998.- 128 с.

2. **Мхитарян В.А., Аракелян А.А.** Проектирование системы для экологического мониторинга и управления лесными ландшафтами.- Ереван: Ноян Тапан,1997.- 199 с.

ГИУА 25.08.1998