

В.С. ХАЧАТРЯН, Н.П. БАДАЛЯН, К.В. ХАЧАТРЯН

## КОРРЕКЦИЯ МАТРИЦЫ УЗЛОВЫХ СОПРОТИВЛЕНИЙ ПРИ ИЗМЕНЕНИИ КОЭФФИЦИЕНТОВ ТРАНСФОРМАЦИИ ТРАНСФОРМАТОРОВ

При изменении коэффициентов трансформации трансформаторов возникает задача построения новой Z матрицы путем обращения Y матрицы, что требует большого объема вычислительной работы. Предлагается метод построения новой Z матрицы путем построения корректирующей матрицы. Метод иллюстрируется численным примером.

**Ключевые слова:** сопротивление, матрица, трансформатор, схема, коэффициент.

Для построения математических моделей режимных задач электроэнергетических систем (ЭЭС) в качестве постоянных коэффициентов используются Y, Z и Y-Z пассивные параметры [1-15]. Повышение маневренности построения вышеотмеченных пассивных параметров приводит к повышению маневренности построения соответствующей математической модели, что имеет решающее значение при оперативном управлении режимами ЭЭС.

Одним из важных моментов оперативного управления режимами ЭЭС является разработка методов коррекции Z обобщенных параметров при изменении первоначальной структуры схемы замещения ЭЭС.

Статья посвящена коррекции Z матрицы обобщенных узловых параметров, когда первоначальная схема замещения исследуемой ЭЭС изменяется с изменением коэффициентов трансформации трансформатора.

Предположим, что электрическая схема замещения исследуемой ЭЭС состоит из M+1 узлов и N ветвей и в определенных участках функционируют трансформаторы с комплексными коэффициентами трансформации. Предполагается также, что численные значения пассивной части схемы замещения задаются.

Относительно схемы замещения исследуемой ЭЭС можем написать следующее матричное выражение:

$$\mathbf{U}_B = \mathbf{M}^T \mathbf{U}, \quad (1)$$

где  $\mathbf{U}_B$  - столбцевая матрица комплексных напряжений на ветвях;  $\mathbf{U}$  - столбцевая матрица комплексных напряжений независимых узлов;  $\mathbf{M}_n^T$  - прямоугольная матрица соединений, формируемая на основании следующего алгоритма:

$$\mathbf{M}_n^T = \begin{cases} +1, & \text{если ветвь направлена от узла;} \\ -\mathbf{K}^T, & \text{если ветвь направлена в узел;} \\ 0, & \text{если ветвь не соединена с узлом.} \end{cases} \quad (2)$$

В (2)  $\mathbf{K}^T$  - комплексно-сопряженный коэффициент трансформации трансформатора относительно  $\mathbf{K}^T$ .

Поскольку для ветвей можно написать выражение

$$\mathbf{U}_B = \mathbf{Z}_B \mathbf{M}_B, \quad (3)$$

где  $Z_B$  - диагональная матрица комплексных сопротивлений ветвей, то, приравнявая (1) и (3), получим

$$Z_B \dot{I}_B = M^T \dot{U}. \quad (4)$$

Пользуясь матричным выражением (4), можно установить следующее отношение для  $\dot{I}_B$ :

$$\dot{I}_B = Z_B^{-1} M^T \dot{U}. \quad (5)$$

При задании комплексных узловых токов имеем

$$\hat{M} \dot{I}_B = \dot{J}. \quad (6)$$

где  $\dot{J}$  - комплексные токи независимых узлов.

Матрица соединений  $\hat{M}$  формируется на основании следующего алгоритма:

$$\hat{M}_n = \begin{cases} +1, & \text{если ветвь направлена от узла;} \\ -\hat{K}^T, & \text{если ветвь направлена в узел;} \\ 0, & \text{если ветвь не соединена с узлом.} \end{cases}$$

Подставляя (5) в (6), получим

$$\hat{M} Z_B^{-1} M^T \dot{U} = \dot{J} \quad (7)$$

или

$$Y \dot{U} = \dot{J}, \quad (8)$$

где

$$Y = (\hat{M} Z_B^{-1} M^T). \quad (9)$$

На основании (8) можем написать

$$\dot{U} = Y^{-1} \dot{J} \quad (10)$$

или

$$\dot{U} = Z \dot{J}, \quad (11)$$

где

$$Z = Y^{-1} \quad (12)$$

или

$$Z = (\hat{M} Z_B^{-1} M^T), \quad (13)$$

а также

$$Z = (\hat{M} Z_B^{-1} M^T)^{-1}. \quad (14)$$

Полученное выражение (14) изображает неособенную матрицу узловых комплексных сопротивлений, когда в отдельных ветвях схемы замещения ЭЭС функционируют комплексные коэффициенты трансформации трансформатора.

Предположим, первоначальная или исходная электрическая схема замещения исследуемой ЭЭС изменилась из-за того, что комплексный коэффициент трансформации трансформатора "l" -й ветви изменился от величины  $K_l$  до  $K'_l$ . Если при  $K_l$  внутренняя комплексная проводимость была  $Y_l$ , то при  $K'_l$  она стала  $Y'_l$ . В результате для ветви с индексом "l" имеем два состояния:  $Y_l(Z_l), K_l$  и  $Y'_l(Z'_l), K'_l$  соответственно.

Разумеется, что при изменении комплексного коэффициента трансформации соответственно изменяется его внутренняя проводимость или внутренняя сопротивление. В силу этого можно написать

$$Y^H = Y + \Delta Y_f, \quad (15)$$

где  $Y^H$  – скорректированная новая матрица узловых комплексных проводимостей;  $Y$  - существующая матрица узловых комплексных проводимостей;  $\Delta Y_f$  - дополнительная корректирующая матрица.

Если существующая матрица  $Y$  устанавливается на основании (9), т.е.

$$Y = \tilde{M} Y_B \tilde{M}^T, \quad (16)$$

то дополнительная матрица определяется из выражения

$$\Delta Y_f = \hat{m}_f Y_f \hat{m}_f^T, \quad (17)$$

Столбцевая матрица  $\hat{m}_f$  формируется на основании следующего алгоритма:

$$\hat{m}_f = \begin{cases} +1, & \text{если ветвь соединяется с узлом через} \\ & \text{сопротивление трансформатора,} \\ -\tilde{K}_{fT}, & \text{если ветвь соединяется с узлом через} \\ & \text{идеальный трансформатор,} \\ 0, & \text{если ветвь не связана с узлом.} \end{cases} \quad (18)$$

Строчная матрица  $\hat{m}_f^T$  формируется на основании следующей модели:

$$\hat{m}_f^T = \begin{cases} +1, & \text{если ветвь соединяется с узлом через} \\ & \text{сопротивление трансформатора,} \\ -\tilde{K}_{fT}, & \text{если ветвь соединяется с узлом через} \\ & \text{идеальный трансформатор,} \\ 0, & \text{если ветвь не связана с узлом.} \end{cases} \quad (19)$$

Согласно требованию задачи, необходимо скорректировать новую  $Z^H$  матрицу узловых комплексных сопротивлений на основании (15):

$$(Y^H)^{-1} = (Y + \Delta Y_f)^{-1} \quad (20)$$

или

$$Z^H = (Y + \hat{m}_f Y_f \hat{m}_f^T)^{-1}. \quad (21)$$

Для обращения правой части матричного выражения (21) воспользуемся известным тождеством Шермана-Морисона, которое представляется в виде

$$(Y + \hat{m}_f Y_f \hat{m}_f^T)^{-1} = Y^{-1} - \frac{(Y^{-1} \cdot \hat{m}_f)(\hat{m}_f^T \cdot Y^{-1})}{\frac{1}{Y_f} + \hat{m}_f^T Y^{-1} \hat{m}_f}. \quad (22)$$

Ввиду того, что  $Y^{-1} = Z$ ,  $\frac{1}{Y_f} = Z_f$ , выражение (22) окончательно принимает вид

$$(Y + \hat{m}_f Y_f \hat{m}_f^T)^{-1} = Z - \frac{(Z \cdot \hat{m}_f)(\hat{m}_f^T \cdot Z)}{\frac{1}{Z_f} + \hat{m}_f^T Z \hat{m}_f}. \quad (23)$$

На основании (23) можем написать

$$Z^H = Z + \Delta Z, \quad (24)$$

где

$$\Delta Z = - \frac{(Z \cdot \hat{m}_f)(\hat{m}_f^T \cdot Z)}{\frac{1}{Z_f} + \hat{m}_f^T Z \hat{m}_f}, \quad (25)$$

Рассмотрим два состояния ветви с индексом "f": при подключении имеем параметры  $Y_f(Z_f)K_f$ , а при отключении -  $Y'_f(Z'_f)K'_f$

В первом случае дополнительная матрица  $\Delta Z$  определяется выражением (25), во втором - дополнительная матрица  $Z'$  определяется формулой

$$Z' = - \frac{(Z \cdot \hat{m}_f)(\hat{m}_f^T \cdot Z)}{Z'_f - \hat{m}_f^T Z \hat{m}_f}, \quad (26)$$

Таким образом, при подключении ветви новая  $Z^H$  матрица определяется выражением

$$Z^H = Z - \frac{(Z \cdot \hat{m}_f)(\hat{m}_f^T \cdot Z)}{Z'_f + \hat{m}_f^T Z \hat{m}_f}, \quad (27)$$

при отключении ветви -

$$Z^H = Z + \frac{(Z \cdot \hat{m}_f)(\hat{m}_f^T \cdot Z)}{\hat{m}_f^T Z \hat{m}_f - Z'_f}. \quad (28)$$

Разностью элементов матриц (27) и (28) определяется искомая  $Z$  новая матрица, при которой коэффициент трансформации трансформатора ветви с индексом "f" изменяется от  $K_f$  до  $\hat{K}_f$ .

**Практическое применение метода.** Рассмотрим схему замещения одной ЭЭС, которая приведена на рис.1.

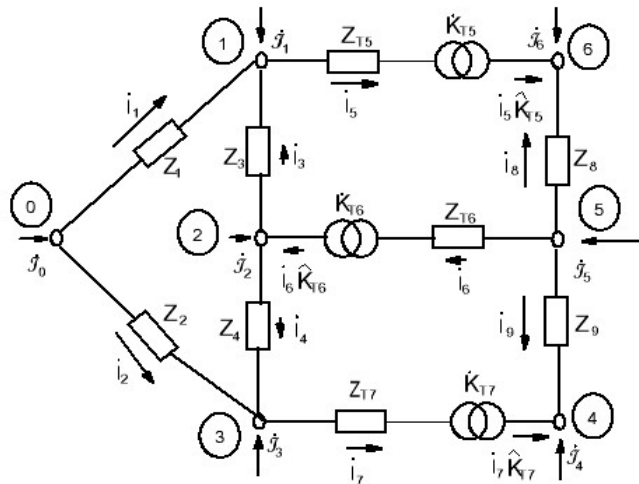


Рис. 1. Расчетная электрическая схема замещения рассматриваемой ЭЭС

Заданы численные значения пассивных параметров схемы замещения (рис. 1):

$$\begin{aligned}
 Y_1 &= 0.020533 - j0.033156, & Y_2 &= 0.010065 - j0.031507, \\
 Y_3 &= 0.023388 - j0.039283, & Y_4 &= 0.030179 - j0.056281, \\
 Y_5 &= 0.000747 - j0.027882, & Y_6 &= 0.000267 - j0.021094, \\
 Y_7 &= 0.000514 - j0.019828, & Y_8 &= 0.020126 - j0.028543, \\
 & & Y_9 &= 0.014750 - j0.025298, \\
 K_{T5} &= 0.490000 + j0.004780, & K_{T6} &= 0.500000 + j0.004520, \\
 & & K_{T7} &= 0.682000 + j0.003300.
 \end{aligned}
 \tag{29}$$

Рассмотрим случай, когда отключается ветвь 2-5, в результате схема принимает вид, приведенный на рис. 2.

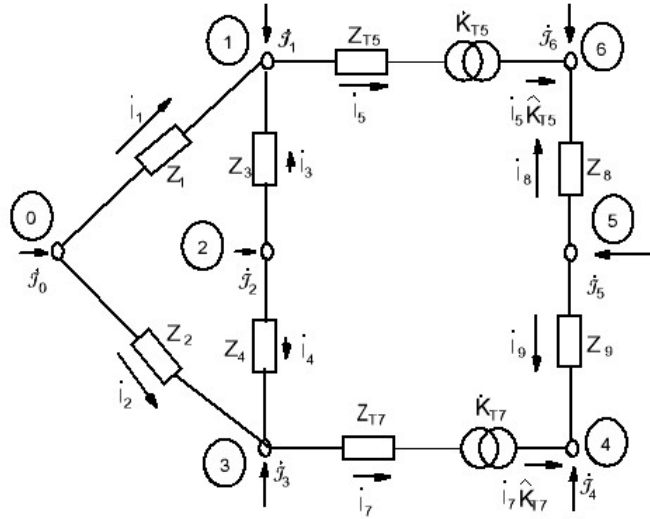


Рис. 2. Расчетная электрическая схема замещения ЭЭС после отключения ветви 2-5

Исходная Z матрица для данной схемы имеет следующие комплексные элементы:

7.801037+	5.426913+	3.855821+	8.372270+	10.172918+	11.782736+
+j15.130735	+j11.222375	+j8.351997	+j19.090938	+j20.552683	+j21.643632
5.437345+	10.297081+	6.0557538+	9.429613+	9.721604+	9.973106+
+j11.212857	+j20.990517	+j14.336614	+j21.801972	+j21.906952	+j21.973548
3.874016+	6.063501+	7.435359+	10.098029+	9.355324+	8.668883+
+j8.336012	+j14.330147	+j18.685555	+j23.774003	+j22.860480	+j22.151036
8.683126+	9.720505+	10.374036+	21.415096+	16.954900+	12.4730741+
+j18.949086	+j21.679156	+j23.664151	+j107.205104	+j96.743792	+j88.327201
10.519922+	10.029374+	9.633674+	16.971318+	27.398321+	20.839146+
+j20.368145	+j21.765044	+j22.747779	+j96.729094	+j113.757125	+j103.828059
12.156851+	10.293596+	8.948985+	12.502111+	20.851798+	28.948022+
+j21.420824	+j21.814470	+j22.035787	+j88.299037	+j103.814594	+j116.172196

Полученную исходную матрицу теперь необходимо скорректировать с учетом подключения ветви 2-5, которая характеризуется комплексными параметрами  $Z_{\Sigma} = Z_{T\delta} = 0.6 + j47.4$  и  $K_{\Sigma} = K_{T\delta} = 0.5 + j0.00422$ .

Для уточнения матрицы (30) необходимо воспользоваться выражением (27), сначала вычисляя дополнительную матрицу в виде (25).

В результате получаем следующую матрицу узловых сопротивлений:

422048+	.485795+	,576071+	,968104+	1,045988+	,737599+
13.810095	j10,180788	6,900661	j10,212992	j10,197802	j12,132493
,509942+	,673146+	,209540+	,766331+	,888640+	,879996+
10,155279	j20,165795	13,189479	j15,004277	j13,914946	j14,670081
,589202+	,198133+	,261476+	,375919+	1,013953+	1,351159+
6,889253	j13,201076	17,114905	j14,446369	j11,900092	j12,131392
,048259+	,787363+	,442824+	4,252961+	,718918+	,188283+
10,175757	j14,999822	14,409036	j56,204920	j35635910	j33,153676
,118388+	,876330+	,040075+	,694960+	,858541+	1,617039+
10,170621	j13,947617	11,903657	j35,662071	j41,007945	j37,902807
,861238+	,908449+	,402862+	,194287+	1,645975+	7,210307+
12,034803	j14,650794	12,105554	j33,143074	j37,867104	j56,548979

Нетрудно заметить, что полученная матрица (31) также является несимметричной относительно главной диагонали, что является результатом функционирования в схеме замещения ЭЭС трансформаторов с комплексными коэффициентами трансформации трансформаторов.

Фактически матрица (31) получается в результате подключения ветви 2-5 с параметрами  $Z_{\Sigma}, K_{\Sigma}$ . Теперь необходимо пересчитать матрицу (31), когда параметры ветви 2-5 равны  $Z_{\Sigma} = Z_{T\delta} = 0.5 + j45.5$ ;  $K_{\Sigma} = K_{T\delta} = 0.49 + j0.00422$ .

Устанавливая численные значения элементов дополнительной матрицы и суммируя их с элементами матрицы (31), получим искомую матрицу:

,0043105+	,999435+	,599900+	,901001+	,954564+	,075099+
14,732100	j9,456413	6,010095	j10,000009	j9,959565	j12,000103
,956513+	,987341+	,001001+	,455413+	,010840+	,132145+
9,999901	j20,998765	12,987510	j15,000005	j12,934545	j13,998723
,589303+	,29813+	,731341+	,973741+	,999989+	1,010213+
6,899523	j13,00010	18,001125	j14,006393	j12,00010	j11,994533
,913464+	,110331+	,113212+	5,356413+	,72899+	,010183+
10,000325	j15,113223	14,113324	j55,992593	j35,000001	j32,988913
,998913+	,686330+	,987364+	,311325+	,646537+	1,453341+
9,994564	j12,999989	11,231141	j35,000000	j42,000131	j36,000013
,010233+	,011314+	,999984+	,011311+	1,010000+	6,999943+
11,899813	j15,000000	11,999899	j32,998939	j37,010100	j56,451613

Полученная матрица (32) изображает ту искомую матрицу, которая получается в результате изменения комплексного коэффициента трансформации трансформатора ветви 2-5, т.е. ветви с индексом "л", от  $K_{\Sigma} = 0.49 + j0.004419$  до  $K_{\Sigma} = 0.5 + j0.00452$ .

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Digital calculation of network impedances / **Glimn A.F., Habermann R., Handerson Y.M. et al** // Power apparatus and systems. – 1955. – V. 74, N21.
2. **Ward J.B., Hale H.W.** Digital computer solution of power – flow problems // Power Apparatus and systems. – 1956.- V. 75, N 24. – P. 398-404.
3. **Ward J.B., Hale H.W.** Digital computer solution of power – flow problems // Power Apparatus and systems. – 1956.- V. 75, N 24. – P. 398-404.
4. **Hale H.W., Ward Y.B.** Digital computation of driving point and transfer impedances // Power apparatus and systems.- 1957.-V. 76, N31.
5. **Фазиллов Х.Ф., Насыров Т.Х.** Линейные расчетные модели сетей электрических систем. Ташкент: ФАН УзССР, 1982. - 96 с.
6. **Мельников Н.А.** Метод расчета рабочих режимов для схем, содержащих элементы трансформации с комплексными параметрами // Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт.- 1964. – N 4. – С. 427-433.
7. **Бартоломей П.Н.** Об учете коэффициентов трансформации при расчете режимов электрических сетей методом уравнений узловых напряжений // Электричество. – 1971.- N 10.- С. 88-90.
8. **Сенди К.К.** Современные методы анализа электрических систем. – М.: Энергия, 1971. – 360 с.
9. **Фазиллов Х.Ф., Насыров Т.Х., Брискин И.Л.** К расчету установившихся режимов энергосистем с учетом комплексных коэффициентов трансформации трансформаторов // Электричество. – 1972. – N 12. – С. 7-9.
10. **Гурский С.К., Новицкий Б.Б., Уласевич А.Ф.** Формирование обобщенных параметров и уравнений режима электроэнергетических систем с учетом комплексных коэффициентов трансформации // Известия вузов СССР. Энергетика.- 1979. – N 2.- С. 8-15.
11. **Жуков Л.А., Стратан И.П.** Установившиеся режимы сложных электрических сетей и систем. – М.: Энергия, 1979. – 416 с.
12. Метод оптимизации режимов энергосистем / **В.М. Горнштейн** и др. – М.: Энергоиздат, 1981. – 366с.
13. **Хачатрян В.С., Эгмекчян Э.А.** Метод коррекции установившихся режимов электрических систем // Электричество.- 1987.- N 3.- С. 6-14.
14. **Александров О.И., Бабкевич Г.Г.** Оперативная коррекция режима электрической сети изменением коэффициента трансформации с регулированием под нагрузкой // Изв. Вузов. Энергетика.- 1991. – N 6. – С. 16-19.
15. **Хачатрян В.С., Бадалян Н.П., Хачатрян К.В., Григорян С.Э.** Обобщенная диакоптическая математическая модель расчета установившегося режима большой электроэнергетической системы // Электричество. - 2006.- 10. - С. 19-28.
16. **Хачатрян В.С., Бадалян Н.П., Хачатрян К.В.** Метод построения и коррекции узловых сопротивлений при учете комплексных коэффициентов трансформации трансформаторов // Электричество. – 2009. – N 8.- С. 27-32.

ГУИА (П). Материал поступил в редакцию 11.12.2010.

Վ.Ս. ԽԱՉԱՏՐՅԱՆ, Ն.Պ. ԲԱԴԱԼՅԱՆ, Կ.Վ. ԽԱՉԱՏՐՅԱՆ

ՀԱՆԳՈՒՑԱՅԻՆ ՀԱՄԱԼԻԲ ԴԻՍԱԴՐՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՃՇԳՐՏՈՒՄԸ  
ՏՐԱՆՍՖՈՐՄԱՏՈՐՆԵՐԻ ՏՐԱՆՍՖՈՐՄԱՅԻԱՅԻ ԳՈՐԾԱԿՑԻ ՓՈՓՈԽՄԱՆ ԴԵՊՔՈՒՄ

Տրանսֆորմատորների տրանսֆորմացիայի գործակիցների փոփոխման դեպքում առաջ է գալիս  $Z$  մատրիցի կառուցման խնդիր, որն ստացվում է  $Y$  մատրիցի շրջման միջոցով, ինչը պահանջում է հաշվողական մեծ ծավալ: Առաջադրվում է  $Z$  մատրիցի ճշգրտման մեթոդ, երբ կառուցվում է ճշգրտող մատրից: Մեթոդը նկարագրվում է թվային օրինակով:

**Առանցքային բառեր.** դիմադրություն, մատրից, տրանսֆորմատոր, սխեմա, գործակից:

V.S. KHACHATRYAN, N.P. BADALYAN, K.V. KHACHATRYAN

MATRIX UNIT RESISTANCE CORRECTION IN CHANGING TRANSFORMER  
TRANSFORMATION COEFFICIENTS

The problem of a new  $Z$  matrix construction arises in changing transformer transformation coefficients by  $Y$  matrix manipulation requiring a large volume of computing. A method of constructing a new  $Z$  matrix with correcting matrix construction is proposed. The method is illustrated by a numerical example.

**Keywords:** resistance, matrix, transformer, scheme, coefficient.