

Г.Л. АРТЕМЯН

ИЗГИБНЫЕ КОЛЕБАНИЯ ВЕСОМОГО ВАЛА ПОСТОЯННОГО СЕЧЕНИЯ НА НЕЛИНЕЙНЫХ ВЯЗКО-УПРУГО-МАССОВЫХ ОПОРАХ В ПЕРЕМЕННОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Ելնելով պրոպոզից Մեքենաների զործառնան փոստուպի պայրանների առավելագույն նմանատնան սկզբունքից, լիտեռի դիստրիկուտնան հաշվարկի խնդիրը բերված է փոփոխական մագնիսական դաշտում առավագ-մաճուղիկ և զանգվածային լիտեռի ճաննան տատանումների խնդիրին:

Исходя из принципа максимальной имитации реальных условий функционирования вращающихся машин, задача динамического расчета вала сведена к задаче изгибных колебаний вала на нелинейных вязко-упруго-массовых опорах в переменном магнитном поле.

Ил. 1. Табл. 1. Библиогр.: 6 назв.

Proceeding from the principle of maximum imitation of real conditions for rotating machine functioning, the problem of dynamic shaft design is reduced to the problem of flexural shaft oscillation on nonlinear viscous-elastic-mass supports in variable magnetic field.

Ил. 1. Table 1. Ref. 6.

Роторные системы современных высокоскоростных энергетических машин обладают такой конструктивной общностью, что в них в качестве опор применяются подшипники качения, вмонтированные в жесткие основания, а функционирование вала осуществляется под воздействием переменных магнитных сил. Непрерывный рост рабочих скоростей выдвигает проблему проектирования роторных систем с минимальной материалоемкостью, низкой виброактивностью и высокими показателями надежности и долговечности. Тенденция последовательного усовершенствования методов расчета валов базируется на принципе максимальной имитации реальных условий их эксплуатации.

Для оценки напряженно-деформированного состояния вращающегося вала в отличие от существующих методов расчета динамической прочности [1-3] впервые применена динамическая модель колебания вала постоянного сечения на вязко-упруго-массовых опорах в переменном магнитном поле (рис.). Учитывая, что подшипники обладают свойством нелинейной упругости и вязко-упругого демпфирования [4], уравнения колебания с учетом гироскопического эффекта [2] в комплексной форме можно представить в виде

$$M_0 \ddot{Z}_0(t) + K_0 Z_0(t) + C_0 [\dot{Z}_0(t) - \dot{W}(f_n, t)] + B_n(t) = K_0 F(t),$$

$$\frac{\partial^4 W(\xi, t)}{\partial \xi^4} - \gamma^2 \left[\frac{\partial^4 W(\xi, t)}{\partial \xi^2 \partial t^2} - 2\omega i \frac{\partial^3 W(\xi, t)}{\partial \xi^2 \partial t} \right] + \frac{K_b}{E} \frac{\partial^5 W(\xi, t)}{\partial \xi^4 \partial t} + \gamma^2 l^4 \frac{\partial^2 W(\xi, t)}{\partial t^2} = l^4 \gamma^2 \varepsilon \omega^2 e^{i\omega t} + \frac{H_0 l^4}{EJ} e^{i\omega_0 t}, \quad (1)$$

где M_0 - масса опорных оснований вала, кг; Z_0 - перемещение опорных оснований, м; C_0 - коэффициент рассеяния в подшипниках качения, обусловленного наличием масляной пленки; $W(\xi, t)$ - прогиб в сечениях вала, м; $B_n(t)$ - характеристика нелинейности подшипников качения; $F(t)$ - внешняя переменная во времени нагрузка на вал; EJ - изгибная жесткость сечения вала, Н/м; l - длина вала (межопорное расстояние), м; ρ - плотность материала вала, кг/м; F - площадь поперечного сечения вала, м²; ω - частота вращения вала, с⁻¹; K_b - коэффициент рассеяния в материале вала; ε - неуравновешенность вала, м; H_0 - амплитуда силовой волны от магнитной индукции, Н; ω_0 - частота переменной магнитной силы, с⁻¹;

$$\gamma = \rho Fl^2 / EJ; \quad \xi = S/l;$$

f_n - символ Кронекера, определяемый из выражения

$$f_n = \begin{cases} 0 & \text{при } n=1, \\ 1 & \text{при } n=2. \end{cases}$$

Первое уравнение системы (1) характеризует колебания опорного основания вала, как сосредоточенной массы с конечной жесткостью, а второе уравнение описывает изгибные колебания вращающегося вала с учетом инерционных сил поворота поперечных сечений, сил внутреннего трения и гироскопического эффекта.

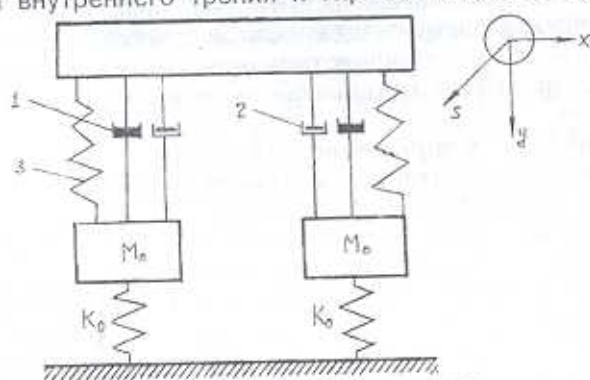


Рис. Схема колебания вала:

1 - демпфирующий элемент, учитывающий вязкость масляной пленки;
2 - демпфирующий элемент, учитывающий сухое трение в подшипнике качения;
3 - упругий элемент, учитывающий нелинейную податливость в подшипнике качения

В качестве внешней нагрузки $F(t)$ служит произвольная случайная функция от времени, удовлетворяющая условию Дирихле, а в качестве собственных нагрузок рассмотрены кинематические возбуждения подшипников, неуравновешенность вала и магнитные силы. Для случая вынужденных колебаний под воздействием внешних нагрузок начальные условия принимаются ненулевыми и определяются из решения задачи вынужденных колебаний под воздействием собственных нагрузок.

Граничные условия задачи имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 W(\xi, t)}{\partial \xi^2} \Big|_{\xi=f_0} + \frac{K_b}{E} \cdot \frac{\partial^3 W(\xi, t)}{\partial \xi^2 \partial t} \Big|_{\xi=f_0} &= 0, \\ \frac{\partial^2 W(\xi, t)}{\partial \xi^3} \Big|_{\xi=f_0} + \frac{K_b}{E} \cdot \frac{\partial^4 W(\xi, t)}{\partial \xi^3 \partial t} \Big|_{\xi=f_0} &= \\ &= \frac{1^4}{EJ} [F_n(t) - C_0 [\dot{Z}_0(t) - \dot{W}(f_n, t)] - B_n(t)]. \end{aligned} \quad (2)$$

где $F_n(t)$ - кинематические возбуждения подшипников качения, H .

Так как система (1) и граничные условия (2) содержат нелинейный элемент $B_n(t)$, то обычные методы интегрирования линейных систем в данном случае неприменимы. Для решения систем уравнений (1) применяется метод Лапласа для нелинейных уравнений [5]. После некоторых преобразований* получим изображения искомых функций $Z_0(t)$ и $W(\xi, t)$:

$$\begin{aligned} Z_0(p) &= \frac{1}{\Delta(p)} \{ C_0 W(f_n, p) + N_1(p) - L(B_n(t)) \}, \\ W(r, p) &= \frac{1}{\Delta_1(p)} [N_2(p) + L(p) + r \cdot N_3(p) + \\ &+ \gamma^2 I^4 [p \Phi_1(r) + \Phi_2(r)] - \gamma^2 r^2 [(p - 2\omega i) \Phi_1(r) + \Phi_2(r)] + \\ &+ W(\omega, p) [r^3 - \gamma^2 p (p - 2\omega i) r + \Delta^2(p)] + \\ &+ W'(\omega, p) [r^2 - \gamma^2 p (p - 2\omega i)], \end{aligned} \quad (3)$$

где $N_1(p)$, $N_2(p)$, $N_3(p)$, Δp , $\Delta_1(p)$, $\Delta_2(p)$ - принятые математические обозначения; $\Phi_1(r)$ и $\Phi_2(r)$ - начальные условия; $W(\omega, p)$, $W'(\omega, p)$ - постоянные интегрирования; $L(B_n(t))$ - символические преобразования Лапласа для нелинейного члена $B_n(t)$.

К функции прогиба ротора $W(\xi, t)$ преобразование Лапласа применено дважды. Далее задача сводится к определению функций $Z_0(t)$ и $W(\xi, t)$ с помощью обратного преобразования Лапласа. При этом используется приближенный метод Папулиса [6], который удобен тем, что сравнительно быстро дает пригодные для

* из-за громоздкости выражений они не приводятся.

практических расчетов результаты. Согласно упомянутому методу, имеем

$$W(\xi, t) = \frac{1}{2} \sum_{v=0}^n G_v \sin(2v+1)\lambda(t), \quad (4)$$

$$Z_0(t) = \frac{1}{2} \sum_{v=0}^n G_{nv} \sin(2v+1)\lambda(t),$$

где $\lambda(t) = \arccos e^{-\sigma t}$; σ - любое число.

Коэффициенты G_v и G_{nv} определяются из рекуррентного уравнения

$$\frac{4^{n+1}}{\pi} \sigma V_k [\xi, (2n+1)\sigma] = \sum_{k=0}^n \left[\binom{2n}{k} - \binom{2n}{k-1} \right] G_{k(n-k)}, \quad (5)$$

где $v = n - k$; $n = 0, 1, \dots$; $k = 0, 1, \dots, n$.

В уравнении (5) для функции V_k имеем

$$V_k = \begin{cases} W(\xi, p) & \text{при определении } W(\xi, t), \\ Z_n(p) & \text{при определении } Z_0(t). \end{cases} \quad (6)$$

Результаты теоретического расчета подтверждены экспериментально. В таблице приводятся расчетные и экспериментальные данные напряженно-деформированного состояния вала и опорных оснований электрической машины типа 4АА56В2 при воздействии внешней вибрационной нагрузки с ускорением 1500 Н и частотой 100 Гц.

Таблица

Характеристика динамического состояния	Расчетное значение	Экспериментальное значение
1. Эквивалентное напряжение в сечении вала посередине пролета, H/M^2	$62 \cdot 10^{-5}$	$65 \cdot 10^{-5}$
2. Прогиб вала посередине пролета, м	$0,86 \cdot 10^{-7}$	$0,83 \cdot 10^{-7}$
3. Перемещение опорных оснований, м	$0,7 \cdot 10^{-5}$ $0,69 \cdot 10^{-5}$	$0,75 \cdot 10^{-7}$ $0,73 \cdot 10^{-5}$

Сравнение результатов и экспериментальных данных подтверждает обоснованность применения предложенного метода расчета динамической прочности валов на стадии проектирования роторных систем энергетических установок.

ЛИТЕРАТУРА

1. Диментберг Ф.М. Изгибные колебания вращающихся валов. - М.: Изд. АН СССР, 1959. - 480 с.
2. Тондл А. Динамика роторов турбогенераторов. - Л.: Энергия, 1971. - 295 с.
3. Филиппов А.П. Колебания деформируемых систем. - М.: Машиностроение, 1970. - 734 с.

4. Позняк Э.Л. Нелинейные колебания роторов на подшипниках качения // Изв. вузов. Машиностроение. - 1971. - № 1. - С. 40-46.
5. Деч Г. Руководство к практическому применению преобразования Лапласа и Z-преобразования. - М.: Наука, 1971.- 520 с.
6. Papoulis A.A. New method of inversion of the Laplace transform // Quarterly of applied mathematics. - 1957.- № 14. - P.

Военный институт МО РА

20.11.1997

Изв. НАН и ГИУ Армении (сер. ТН), т. LI, № 1, 1998, с. 7-11.

УДК 539.30:620.1

МАШИНОСТРОЕНИЕ

С.Х.ГЕВОРКЯН, Н. УЗУНОГЛУ

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ПРОДОЛЬНЫХ ВОЛН В СОСТАВНОМ ВОЛНОВОДЕ

Անուսման ախրվում է երկայնական ախրների տարածման խելիքը դրանալին առաձգական ախրառարի՝ ծածկույթ ունենալու դեպքում: Արդշված է երկայնական ախրների տարածման արագության կախիձածությունն ախրառարի և ծածկույթի նյութերի սխիւսնիկական հատկութեաններից:

Изучается задача распространения продольных волн в случаях, когда упругий цилиндрический волновод имеет покрытие. Определена зависимость скорости распространения продольных волн от механических свойств материалов волновода и покрытия.

Библиогр.: 4 назв.

The problem of longitudinal wave propagation when the elastic cylindrical waveguide has a coating is studied. The dependence of longitudinal wave propagation on mechanical properties of the waveguide and coating materials is determined.

Ref. 4.

Вопросам распространения упругих волн в слоистых средах посвящено много работ, среди которых можно отметить [1, 2, 4]. В настоящей работе рассматривается задача распространения продольных волн в составном упругом цилиндрическом волноводе с малым по сравнению с толщиной упругого покрытия радиусом при различных физико-механических свойствах материалов волновода и покрытия. Получено дисперсионное уравнение, в некоторых предельных случаях определены скорости распространения продольных волн.

Пусть ось цилиндрического волновода совпадает с осью z , а радиус волновода равен R . Принимается, что продольная волна распространяется параллельно оси z с фазовой скоростью C . Предполагается, что волна характеризуется осевой симметрией относительно оси z . В дальнейшем все величины, относящиеся к волноводу, будем отмечать индексом 1, а величины, относящиеся к упругой среде покрытия, верхним индексом 2.