

## ЛИТЕРАТУРА

1. Исследование динамических свойств источника вторичного электропитания на базе резонансного инвертора / **В.М. Мовсесян, Г.В. Барегамян, Н.Н. Петросян, Г.П. Саркисян** // Элементы и тех. средства СУ: Межвуз. сб. научн. тр. / ЕрПИ, - Ереван, -1989.-С. 53-60.
2. **Лукин А.А., Древенак Р.** Фазовое регулирование выходного напряжения резонансного транзисторного преобразователя // Преобразовательные устройства для автоматизированного электропривода и систем питания: Сб. научн. тр. / МЭИ.-1986.-№ 292.-С. 99-105

ГИУА

17.03.1998

Изв. НАН и ГИУ Армении (сер. ТН), т. LII, № 2, 1999, с. 208-213.

УДК 658.5:62-229:006.065

**АВТОМАТИЗАЦИЯ И  
СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ**

В.А. МХИТАРЯН

### **ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ПРИРОДНЫМИ РЕСУРСАМИ**

Մատակարարման դինամիկական համակարգերի լուծման համար առաջարկված են ազդրիթմներ: Մշակված ազդրիթմները, որոնցում օգտագործված է պատահական նրբամասն սերտորը, ենարախորտրոշյուն են ընձեռտու՛ կառուցել լաճարկված հետազծեր՝ որպես դինամիկական համակարգի լուծումներ:

Предлагается метод моделирования динамической системы управления природными ресурсами, основанный на комплексном едином подходе, объединяющем экономические и экологические факторы. Рассматривается принцип оптимальности динамических моделей управления.

Библиогр.: 3 назв.

The method of modeling of the dynamic system of the control of natural resources based on a single complex approach combining economic and ecological factors is proposed. The concept of the optimality of dynamic control models is considered.

Ref. 3.

Известно, что при разработке эколого-экономической модели управления лесными ресурсами необходимо одновременно учитывать как экономические, так и экологические факторы, иными словами, такие модели нужно создавать на базе *единого* подхода, основанного на рассмотрении экономики и окружающей природной среды как *единой экономической* системы.

Рассмотрим положения оптимального планирования и оценки природных ресурсов, обуславливающих возможность применения методов математического программирования и теории оптимального управления в проблеме разработки эколого-экономических математических моделей управления лесными ресурсами.

Как и в любой задаче оптимального управления и исследования операций [1,2], главные положения формулируются следующим образом:

1. Эколого-экономическая оценка лесных ресурсов на любом уровне моделирования (глобальном, региональном или локальном) осуществляется в процессе разработки программы управления для изучаемой системы.

2. Предполагается наличие математической модели или комплекса моделей рассматриваемой эколого-экономической системы лесных ресурсов.

3. Расчет траекторий, описывающих изменения эколого-экономических факторов системы лесных ресурсов, выполняется посредством решения оптимизационных задач теории оптимального управления. Речь идет о задачах, к которым сводятся модели управления лесными ресурсами.

4. Задачи решаются на базе программ, реализующих эффективные алгоритмы решения соответствующих задач оптимального управления. В основном, это задачи оптимального управления с фазовыми и смешанными ограничениями, а также задачи теории дифференциальных игр.

5. Результаты решения формализованных задач, к которым сводятся модели эколого-экономических систем, в дальнейшем переводятся на язык экологических, экономических наук и науки о лесных ландшафтах.

6. Адекватность разрабатываемых моделей обуславливает степень доверия к полученным результатам численных расчетов.

### 1. Задача управления лесными ресурсами.

Введем обозначения. Пусть  $t \geq 0$  - время и  $x_i^k(t)$ ,  $i=1,2,\dots,n$ ,  $k=1,2,\dots,K$  - площадь леса, занятая  $i$ -й породой  $k$ -й возрастной группы в момент времени  $t$ ;  $q_i^k(t)$ ,  $i=1,2,\dots,n$ ,  $k=1,2,\dots,K$  - объем древесины  $i$ -й породы  $k$ -й возрастной группы, произрастающей на единице площади в момент времени  $t$ ;  $\varphi_i^k(t)$ ,  $i=1,2,\dots,n$ ,  $k=1,2,\dots,K$  - часть площади леса  $i$ -й породы  $k$ -й возрастной группы, восстанавливаемой искусственно в момент времени  $t$ ;  $\psi_i^k(t)$ ,  $i=1,2,\dots,n$ ,  $k=1,2,\dots,K$  - часть площади леса  $i$ -й породы  $k$ -й возрастной группы, подвергшейся рубке в соответствии с планом в момент времени  $t$ ;  $\eta_i^k(t)$ ,  $i=1,2,\dots,n$ ,  $k=1,2,\dots,K$  - часть площади леса  $i$ -й породы  $k$ -й возрастной группы, подвергшейся рубке стихийно в момент времени  $t$ ;  $\chi_i^k(t)$ ,  $i=1,2,\dots,n$ ,  $k=1,2,\dots,K$  - часть площади леса  $i$ -й породы  $k$ -й возрастной группы, которая вымирает в связи с различными факторами (возраст, загрязнение воздуха, отсутствие орошения, пожары) в момент времени  $t$ ;  $\xi_i^k(t)$ ,  $i=1,2,\dots,n$ ,  $k=1,2,\dots,K$  - часть площади леса  $i$ -й породы  $k$ -й возрастной группы, которая восстанавливается естественно в момент времени  $t$ ;  $\zeta_i^k(t)$ ,  $i=1,2,\dots,n$ ,  $k=1,2,\dots,K$  - часть площади леса  $i$ -й породы  $k$ -й возрастной группы, переходящая под  $j$ -ю породу в

момент времени  $t$ ;  $\omega_i^k(t)$ ,  $i=1,2,\dots,n$ ,  $k=1,2,\dots,K$  - объем воды, выделяемой для орошения площади леса, занятой  $i$ -й породой в момент времени  $t$ ;  $p(t)$  - степень загрязненности воздуха в момент  $t$ .

Таким образом, матрицами управляющих переменных служат следующие матрицы-функции:

$$\begin{aligned} \varphi(t) &= (\varphi_i^k(t))_{\substack{i=1,2,\dots,n \\ k=1,2,\dots,K}}, & \psi(t) &= (\psi_i^k(t))_{\substack{i=1,2,\dots,n \\ k=1,2,\dots,K}}, \\ \eta(t) &= (\eta_i^k(t))_{\substack{i=1,2,\dots,n \\ k=1,2,\dots,K}}, & \mu(t) &= (\chi_i^k(t))_{\substack{i=1,2,\dots,n \\ k=1,2,\dots,K}}, \\ \xi(t) &= (\xi_i^k(t))_{\substack{i=1,2,\dots,n \\ k=1,2,\dots,K}}, & \zeta(t) &= (\zeta_{ij}^k(t))_{\substack{i=1,2,\dots,n \\ j=1,2,\dots,n \\ k=1,2,\dots,K}}. \end{aligned}$$

Перейдем к дальнейшим обозначениям. Пусть  $N$  - численность населения региона;  $M = \{1,2,\dots,\ell,\dots,m\}$  - множество предприятий, потребляющих древесину;  $U = \{1,2,\dots,v,\dots,u\}$  - множество лесозаготовительных предприятий;  $c_{ik}$ ,  $i=1,2,\dots,n$ ,  $k=1,2,\dots,K$  - стоимость единицы объема  $i$ -й породы  $k$ -й возрастной группы;  $I_\ell(t)$ ,  $\ell=1,2,\dots,m$  - доход  $\ell$ -го потребляющего предприятия в момент времени  $t$ ;  $r_{\ell v}$ ,  $\ell=1,2,\dots,m$ ,  $v=1,2,\dots,u$  - расстояние от  $\ell$ -го предприятия-потребителя до  $v$ -го лесозаготовительного предприятия;  $D_\ell(t, (c_{ik})_{\substack{i=1,2,\dots,n \\ k=1,2,\dots,K}}, I_\ell(t))$ ,  $\ell=1,2,\dots,m$  - потребность  $\ell$ -го предприятия - потребителя в древесине в момент времени  $t$ ;  $S_v(t, (c_{ik})_{\substack{i=1,2,\dots,n \\ k=1,2,\dots,K}}, (q_i^k(t)X_i^k(t))_{\substack{i=1,2,\dots,n \\ k=1,2,\dots,K}}, R, (w_i)_{\substack{i=1,2,\dots,n \\ k=1,2,\dots,K}})$ ,  $v=1,2,\dots,u$  - предложение древесины  $v$ -го лесозаготовительного предприятия в момент времени  $t$ , где  $q_i^k(t)X_i^k(t)$ ,  $i=1,2,\dots,K$  - объем древесины  $i$ -й породы  $k$ -й возрастной группы в момент времени  $t$ ;  $R$  - объем альтернативных источников топлива, поступающих в регион;  $W_i$ ,  $i=1,2,\dots,n$  - объем древесины  $i$ -й породы, поступающей в регион.

Введенные переменные полностью характеризуют основные факторы, участвующие в динамике изменения процесса произрастания, потребления и восстановления лесных массивов.

**2. Модель динамической системы управления лесными ресурсами.** Уравнение, описывающее динамику изменения площади леса, занятой  $i$ -й породой  $k$ -й возрастной группы, имеет вид

$$\begin{aligned} \dot{X}_i^k(t) &= X_i^k(t)\varphi_i^k(t) - X_i^k(t)\psi_i^k(t) - \eta_i^k(t) - X_i^k(t)x_i^k(t) + \xi_i^k(t)X_i^k(t) + \\ &+ \sum \zeta_{ij}^k(t)X_j^k(t) - \alpha_i\omega_i(t)X_i^k(t) - \\ &- \beta_i P(t)X_i^k(t) - \gamma_i N X_i^k(t) + \delta_i R(t)X_i^k(t) + \lambda_i w_i(t)X_i^k(t). \end{aligned}$$

*Система балансовых ограничений.* Как отмечалось, недостатком рентной концепции является несбалансированность моделей с точки зрения спроса и предложения. Во избежание этого недостатка, в модели управления лесными ресурсами можно учесть факторы,



отражающие спрос и предложение, и достичь сбалансированности разрабатываемой системы.

Условие сбалансированности

$$S(t) = D(t), \quad t > 0, \quad (1)$$

где  $S(t) = \sum_{v=1}^n S_v(t, (c_{ik}))_{\substack{i=1,2,\dots,n \\ k=1,2,\dots,K}} (q_i^k(t) X_i^k(t))_{\substack{i=1,2,\dots,n \\ k=1,2,\dots,K}}, R(t), (w_i)_{\substack{i=1,2,\dots,n \\ k=1,2,\dots,K}}$ ,

$D(t) = \sum_{j=1}^m D_j(t, (c_{ik}))_{\substack{i=1,2,\dots,n \\ k=1,2,\dots,K}}, I_j(t))$  отражают факторы спроса и

предложения в модели. Поскольку величина  $X(t) = \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^n q_i^k(t) X_i^k(t)$

представляет собой объем древесины региона в момент времени  $t$ , то естественно дополнительно ввести ограничение

$$\max\{S(t), D(t)\} \leq X(t) \quad \text{для всех } t > 0, \quad (2)$$

которое означает, что ни предложение, ни спрос на древесину не могут превышать суммарного объема древесины, произрастающей в лесах региона в любой момент времени  $t$ . Для управляющих переменных вводятся условия: при всех  $i=1,2,\dots,n$ ,  $k=1,2,\dots,K$  и  $t > 0$  имеют место включения

$$\varphi_i^k(t) \in [0, 1], \quad \psi_i^k(t) \in [0, 1], \quad \eta_i^k(t) \in [0, 1], \quad \chi_i^k(t) \in [0, 1],$$

$$\xi_i^k(t) \in [0, 1], \quad \zeta_{ij}^k(t) \in [0, 1].$$

Одновременно коэффициенты пропорциональности  $\alpha_i, \beta_i, \gamma_i, \delta_i, \lambda_i$  принадлежат отрезку  $[0, 1]$  при всех  $i=1,2,\dots,n$ . Тогда задачу управления лесными ресурсами представим в виде

$$\dot{X}_i^k(t) = \sum_{j=1}^m \zeta_{ij}^k(t) X_j^k(t) + \mu_i^k X_i^k(t), \quad t > 0, \quad (3)$$

где

$$\mu_i^k = \varphi_i^k(t) - \psi_i^k(t) - \eta_i^k(t) - \chi_i^k(t) + \xi_i^k(t) - \alpha_i \omega_i(t) - \beta_i P(t) -$$

$$-\gamma_i N + \delta_i R(t) + \lambda_i w_i(t), \quad \sum_{v=1}^m D_v(t, (c_{ik}))_{\substack{i=1,2,\dots,n \\ k=1,2,\dots,K}}$$

$$I_j(t) = \sum_{v=1}^n S_v(t, (c_{ik}))_{\substack{i=1,2,\dots,n \\ k=1,2,\dots,K}} (q_i^k(t) X_i^k(t))_{\substack{i=1,2,\dots,n \\ k=1,2,\dots,K}}, R(t), (w_i)_{\substack{i=1,2,\dots,n \\ k=1,2,\dots,K}}, \quad (4)$$

$$\varphi_i^k(t), \psi_i^k(t), \eta_i^k(t), \chi_i^k(t), \xi_i^k(t), \zeta_{ij}^k(t) \text{ из } [0, 1], \quad (5)$$

$$\alpha_i, \beta_i, \gamma_i, \delta_i, \lambda_i \text{ из } [0, 1], \quad (6)$$

$$X_{i,0}^k = X_i^k(0), \quad (7)$$

$i=1,2,\dots,n$ ,  $k=1,2,\dots,K$ .

Таким образом, систему (3)-(7) можно предложить в качестве эколого-экономической математической модели динамики управления лесными ресурсами. Она построена на условии сбалансированности между спросом и предложением. В модели полностью учтены переменные, выражающие экономические и экологические требования. Следовательно, модель есть результат единого подхода.

объединяющего эколого-экономические факторы динамической системы ресурсов. В отличие от модели, рассмотренной в [2], наша модель учитывает широкое многообразие переменных, выражающих эколого-экономические требования. Она обеспечивает высокую степень адекватности для динамической модели управления лесными ресурсами, что, в свою очередь, делает ее применимой к более широкому кругу практических задач. На менее важным фактом является и то, что модель учитывает переменные, выражающие наличие условий стихийного потребления лесных ресурсов. Это продиктовано кризисной ситуацией в республике в области снабжения населения топливно-энергетическими ресурсами.

### 3. Модель оптимального управления лесными ресурсами.

Введем обозначения. Пусть  $\bar{X}_i^k(t)$ ,  $i=1,2,\dots,n$ ,  $k=1,2,\dots,K$  - планируемая (желаемая) площадь, покрытая лесом  $i$ -й породы  $k$ -й возрастной группы в момент времени  $t$ ;  $d_{ik}$ ,  $i=1,2,\dots,n$ ,  $k=1,2,\dots,K$  - стоимость восстановления одной единицы площади леса, занятой  $i$ -й породой  $k$ -й возрастной группы. Тогда при  $t > 0$  имеем  $V_i^k(t) = \psi_i^k(t) X_i^k(t) c_{ik}$ ,  $i=1,2,\dots,n$ ,  $k=1,2,\dots,K$  - определяет доход, полученный от рубки леса  $i$ -й породы  $k$ -й возрастной группы в момент времени  $t$ ;  $E_{i1}^k(t) = \phi_i^k(t) X_i^k(t) d_{ik}$ ,  $i=1,2,\dots,n$ ,  $k=1,2,\dots,K$  - определяет величину затрат на восстановление площади леса, ранее занятой деревьями  $i$ -й породы  $k$ -й возрастной группы в момент времени  $t$ ;  $E_{i2}^k(t) = \left( \sum_{j \neq i} \zeta_{ij}^k(t) X_j^k(t) \right) d_{ik}$ ,  $i=1,2,\dots,n$ ,  $k=1,2,\dots,K$  - определяет величину затрат на перевод площадей, занятых деревьями  $j$ -й породы,  $j \neq i$ ,  $j=1,2,\dots,n$ , под деревья  $i$ -й породы возрастной группы  $k$  в момент времени  $t$ .

Функционал

$$J = \int_0^T \left[ \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^n \left[ V_i^k(t) - E_{i1}^k(t) - E_{i2}^k(t) - \beta \sum_{l=1}^K \sum_{j=1}^n |X_i^k(t) - \bar{X}_i^k(t)|^2 \right] \right] dt \quad (8)$$

выражает величину потерь от использования лесных ресурсов с последующим их восстановлением за промежуток времени  $[0, T]$ .

Слагаемое  $\beta \sum_{l=1}^K \sum_{j=1}^n |X_i^k(t) - \bar{X}_i^k(t)|^2$  выражает величину потерь, которые имеют место в случае отклонения величины площади, занятой лесом  $i$ -й породы  $k$ -й возрастной группы при всех  $i=1,2,\dots,n$  и  $k=1,2,\dots,K$ , от планируемой площади  $\bar{X}_i^k(t)$  в момент времени  $t$ . Очевидно, что система (3)-(7) вместе с целевой функцией

$$J \rightarrow \max \quad (9)$$

вида (8) представляет собой модель оптимального управления лесными ресурсами.

## ЛИТЕРАТУРА

1. **Воробьев Н.Н.** Современное состояние теории игр // Успехи матем. наук. - 1970. - Т. 25, вып. 2 (152). - С. 84-140.
2. Модели управления природными ресурсами. - М.: Наука, 1981. - 205 с.
3. **Arakelyan A.H., Mkhitaryan V.A.** A multiobjective planning model for regional economic-environmental-energy interactions during a time of transition // Int. conf. on methods and applications of multicriteria decision making. May. 14-16. - 1997, - de Mons, Belgium. - P. 105-107.

ЛПО Гугарский Лесхоз

07.10.1997

Изв. НАН и ГИУ Армении (сер. ТН), т. LI, № 2, 1999, с. 213-218

УДК 622-7

### АВТОМАТИЗАЦИЯ И СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

М.К. БАГДАСАРЯН

## ОБ ИССЛЕДОВАНИИ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ ПЕРЕРАБОТКИ РУДЫ ПОСРЕДСТВОМ СЕТЕЙ ПЕТРИ

Վարարգրված մոդելը թույլ է տալիս որոշել համակարգի անցումների թողարկման պահը, գնահատել համակարգի վիճակը ժամանակի ցանկացած պահին՝ որանով խել կիրք հանդիսանալով հանրարարի մշտական տեխնոլոգիական գործընթացների և առանձին գործառնական հանգույցների նմանագործուն մոդելների ստեղծման համար:

Описана модель, позволяющая определить момент запусков переходов, а также оценить состояние систем в любой момент времени. Данная модель представляет собой основу для построения имитационных моделей функционирования отдельных узлов технологического процесса переработки руды.

Ил. 1. Табл. 2. Библиогр.: 3 назв.

The described model allows to define the transition starting moment, as well as to evaluate the condition of systems at any time. It presents the basis for building simulation operation models for separate submachines of technological process in working out the ore.

Ил/ 1. Tables 2. Ref.3.

Одной из актуальных задач в процессе переработки руды является разработка методов исследования динамики функционирования отдельных технологических процессов. Трудности, связанные с решением этой задачи, обусловлены целым рядом факторов, к которым следует отнести в первую очередь:

- наличие большого числа взаимодействующих элементов со сложными структурными и функциональными связями между ними;
- жизнедеятельность и функционирование отдельных процессов переработки руды не носят самостоятельного характера и асинхронны.