ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

Տեխնիկական գիտութ. սերիա XXIX, № 4, 1976 Серия технических наук

МЕТАЛЛУРГИЯ

В. М. СААКЯН, М. Б. ГЕВОРКЯН

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ КОРРЕЛЯЦИОННОГО АНАЛИЗА ПРИ ИССЛЕДОВАНИИ ПРОМЫШЛЕННОГО ПРОЦЕССА ФЛОТАЦИИ

Настоящая статья посвящена вопросам экспериментального получения статистического математического описания промышленного процесса флотации с использованием данных, собранных в режиме нормальной работы объекта на обогатительной фабрике Кафанского медноорудного комбината. Изучалось влияние предварительно выбранных факторов (реагентный режим, плотность пульпы, производительность флотомашины, содержание меди в руде) на основные выходные показатели процесса флотации ε, β, t.

На первой секции обогатительной фабрики по каждому параметру был собран статистический материал объемом $n = 460$. Задача была решена методом корреляционного анализа по специальной программе, разработанной для ЭВМ «Раздан-3». Предварительным условием проведения корреляционного анализа является определение характера изменения каждого параметра. Были построены эмпирические кривые

Факторы	Выходные параметры
Кс—бутиловый ксантогенат-собиратель (*г/т*) pH—щелочность пульпы (—) Т-66 —флотомасло-пенообразователь (*г/т*) ρ—плотность пульпы (*г/л*) α—содержание меди в руде (%) Р—производительность флотомашины (*т/час*)	ε—извлечение меди в концентрат (%) $\varepsilon = \frac{Мк}{Мр} \cdot 100$ % (где $Мк = \beta N_{ат}$; $Мр = \alpha Q$) β—содержание меди в концентрате (%) t—содержание меди в отвальных хвостах (%) Мк—металл в концентрате (*т*) γ—выход (%) Мр—металл в руде (*т*)

распределения параметров. Для каждого из них были подсчитаны коэффициенты вариации и первые четыре момента с их среднеквадратическими ошибками, т. е.

средняя арифметическая $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$;

среднее квадратическое отклонение $\sigma=\sqrt{\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2}{n}}$;

показатель асимметрии $A=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^3}{\sigma^3}$;

показатель эксцесса $E=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^4}{\sigma^4}-3$;

коэффициент вариации $v=\dfrac{\sigma}{\overline{x}}100\ \%$;

$$\sigma_{0\overline{x}}=\frac{\sigma}{\sqrt{n}};\ \sigma_\sigma=\frac{\sigma}{\sqrt{2n}};\ \sigma_A=\sqrt{\frac{6}{n}};\ \sigma_E=\sqrt{\frac{24}{n}};\ \sigma_v=\frac{v}{\sqrt{2n}}\sqrt{1+2\left(\frac{v}{100}\right)^2}.$$

Результаты сведены в табл. 1.

С помощью эмпирических показателей асимметрии (A) и эксцесса (E) была произведена приближенная проверка гипотезы нормальности. Нормальность закона распределения подвергалась сомнению, если хотя бы одна из указанных характеристик по абсолютной величине значительно превосходила свою среднюю квадратическую ошибку. В результате проверки распределение параметров ε, β, t, γ, Мк оказалось близким к нормальному. Распределение параметра Т—66 оказалось отличным от нормального. Кривая имеет значительную ассиметрию и резко выраженный эксцесс. Более тщательный анализ результатов эксперимента и проверка нормальности производилась с помощью критерия соответствия χ^2.

Оценки зависимостей между параметрами формы и степени влияния каждого фактора на технологические показатели процесса давались на основе методов парной корреляции.

Для оценки тесноты линейной связи определялся коэффициент корреляции

$$r=\sum(y-\overline{y})(\xi-\overline{\xi})/\sigma_y\,\sigma_\xi\cdot n.$$

В табл. 2 приведены коэффициенты корреляции между входными и выходными переменными. Значимость коэффициентов корреляции определялась по формуле:

$$\mu=\frac{|r|\sqrt{n}}{1-r^2}.$$

Если $\mu\geqslant 1{,}96$, то с надежностью вывода 0,95 отвергается гипотеза о некоррелированности рассматриваемых величин. В результате проверки (табл. 3) значимыми оказались коэффициенты корреляции: между выходом ε и входами Кс, ρ и α; между выходом β и входами Кс, Т—66 и α. Для выхода t незначимыми оказались только коэффициенты корреляции с pH и Кс. Конечным этапом проведенного исследования являлось получение математического описания, т. е. линейных уравнений регрессии. Предварительно все переменные были переведены в стандартизованный масштаб по формулам:

$$t_{y_i}=\frac{y_i-\overline{y}}{\sigma_y};\quad t_{ji}=\frac{x_{ji}-\overline{x}_j}{\sigma_{x_j}}.$$

Введение стандартизованного масштаба позволяет оценить сравнительное влияние каждого входного параметра на выходные.

Величина коэффициента при соответствующей переменной характеризует представительность данной переменной в общей совокупности исследуемых переменных, а знак коэффициента определяет направление эффекта. Неизвестные коэффициенты β в стандартизованных уравнениях регрессии

$$t_{y_i}=\beta_{1i}t_i+\beta_{2i}t_2+\cdot\cdot\cdot+\beta_{mi}t_m$$

определялись при помощи метода наименьших квадратов.

Таблица 1

Факторы	$\overline{x}\pm\sigma_{\overline{x}}$	$\sigma\pm\sigma_\sigma$	$v\pm\sigma_v$	$A\pm\sigma_A$	$E\pm\sigma_E$
pH	11,85±0,0147	0,307±0,0104	2,593±0,8799	−0,682±0,1142	1,071 ±0,2284
Kc	10,23∓0,1585	3,301∓0,1206	32,282∓1,2045	0,967∓0,1142	0,554 ∓0,2284
ρ	1178,63∓1,8759	39,126∓1,3265	3,32 ±0,1127	0,47 ∓0,1142	0,674 ∓0,2284
T–66	136,71∓2,3735	49,447∓1,6783	36,17 ±1,379	1,655±0,1142	3,215 ∓0,2284
α	1,29∓0,0162	0,337∓0,0114	26,038∓0,9407	0,611∓0,1142	0,284 ∓0,2284
P	61,58∓0,3642	7,578∓0,2575	12,306∓0,4244	−0,245∓0,1142	−0,006 ∓0,2284
ε	89,75∓0,1071	2,235∓0,0758	2,49 ∓0,0845	−1,474∓0,1142	4,035 ∓0,2284
β	17,31∓0,0857	1,788∓0,0606	10,329∓0,3539	−0,783∓0,1142	1,982 ∓0,2284
t	0,14∓0,0013	0,027∓0,0009	19,974∓0,7037	2,835∓0,1142	10,866 ∓0,2284
γ	6,76∓0,0577	1,203∓0,0408	78,032∓3,9398	0,415∓0,1142	0,028 ∓0,2284
Mk	5,6 ±0,0793	1,655±0,056	29,555±1,086	0,36 ±0,1142	−0,0042±0,2284

Таблица 2

	pH	Kc	T–66	ρ	α	Q
pH	1	0,0316	0,063	0,019	0,059	−0,092
Kc	0,0316	1	0,4826	0,063	0,0612	−0,407
T–66	0,063	0,4826	1	0,1349	0,224	−0,238
ρ	0,019	0,063	0,1349	1	0,0404	−0,0104
α	0,059	0,0612	0,224	0,0404	1	0,13268
Q	−0,092	−0,407	−0,238	−0,0104	0,13268	1

Таблица 3

	pH	Kc	T–66	ρ	α	P
ε	−0,0206	0,15	0,079	−0,107	0,3002	−0,077
β	0,04812	0,1107	−0,104	−0,044	0,509	0,043
t	0,057	−0,0705	0,094	0,112	0,34	0,163

Ниже приведены уравнения регрессии в стандартизованном масштабе:

$$t_{\varepsilon} = -0{,}044 t_{\mathrm{pH}} + 0{,}136\, t_{\mathrm{Kc}} - 0{,}06\, t_{\rho} - 0{,}12\, t_{\mathrm{T-66}} + 0{,}316\, t_{\alpha} - 0{,}084\, t_{P};$$

$$t_{\beta} = -0{,}796\, t_{\mathrm{pH}} - 0{,}09\, t_{\mathrm{Kc}} + 0{,}059\, t_{\rho} - 0{,}019\, t_{\mathrm{T-66}} + 0{,}594\, t_{\alpha} - 0{,}221\, t_{P};$$

$$t_{l} = -0{,}47\, t_{\mathrm{pH}} - 0{,}096\, t_{\mathrm{Kc}} + 0{,}092\, t_{\rho} + 0{,}082\, t_{\mathrm{T-66}} + 0{,}235\, t_{\alpha} - 0{,}376\, t_{P}.$$

Полученные коэффициенты регрессии были проверены на значимость их отличия от нуля по критерию Стьюдента. Для этого, исходя из предположения о нормальности распределения, было подсчитано

$$t_j = \frac{\beta_i}{\sigma_{\text{ост}} \sqrt{a_{jj}}},$$

где a_{jj}—диагональный элемент обратной матрицы коэффициентов корреляции. Операция обращения корреляционной матрицы была выполнена на ЭВМ. В результате проверки все коэффициенты оказались значимыми. Теснота линейной связи между выходными координатами и всей совокупностью входных переменных была оценена с помощью коэффициента множественной корреляции

$$R_{y_i} = \sqrt{\beta_{1i} r_{y_i x_1} + \beta_{2i} r_{y_i x_2} + \cdots + \beta_{mi} r_{y_i x_m}}.$$

Совокупный коэффициент корреляции корректировался на число параметров уравнения регрессии по формуле

$$\hat{R} = \sqrt{1 - (1 - R^2)\frac{n-1}{n-6}}.$$

Реальность выведенной связи устанавливалась путем сравнения коэффициента R с σ_R, где $\sigma_R = \dfrac{1 - R^2}{\sqrt{n}}$.

Таблица 4

Параметр	R	σ_R	$\lvert R\rvert/\sigma_R$	R_1	R_2
y_1	0,3660	0,0404	9,064	0,2832	0,4416
y_2	0,5216	0,0337	15,596	0,4885	0,6715
y_3	0,1320	0,0458	2,881	0,0397	0,2190

В табл. 4 приведены рассчитанные значения $|R|/\sigma_R$, показывающие, что связь реальна для каждого полученного уравнения. Доверительные границы R определялись с помощью критерия Фишера $R = \mathrm{th} Z$, откуда $Z = \dfrac{1}{2} \ln \dfrac{1+R}{1-R}$.

Учитывая нормальность распределения Z, можно написать

$$\mathrm{P}\{-\alpha\sigma_Z < Z - Z_0 < \alpha\sigma_Z\} = \Phi(\alpha).$$

Имея $\sigma_Z = \sqrt{\frac{1}{n-3}}$ и задаваясь вероятностью $P=0{,}95$, вычисляем доверительные границы для Z: $Z_1 = Z - 2\sigma_Z$ и $Z_2 = Z + 2\sigma_Z$. Далее, осуществляя обратный переход, находим соответственные R_1 и R_2.

Значения коэффициентов детерминации $D_\varepsilon = 0{,}134$; $D_\beta = 0{,}272$; $D_t = 0{,}017$ показывают, что полученные линейные уравнения недостаточно полно отображают существующие зависимости. Расчетные значения критерия Фишера $F_\varepsilon = 1{,}15$; $F_\beta = 1{,}37$; $F_t = 1{,}02$ указывают на неадекватность полученных линейных уравнений, что объясняется тем, что не все существенные параметры включены в уравнения, либо первый порядок уравнений не соответствует действительности. В этой связи ставится новый эксперимент с повышенной точностью регистрации переменных для разработки нелинейной модели методами регрессионного анализа.

Вывод. Анализ линейных уравнений показал их неадекватность промышленному процессу флотации в исследуемом диапазоне изменения переменных, следовательно, процесс описывается более сложным уравнением.

ВЦ АН АрмССР

Поступило 4.III.1975.

Վ. Մ. ՍԱՀԱԿՅԱՆ, Մ. Բ. ԳԵՎՈՐԳՅԱՆ

ԿՈՌԵԼՅԱՑԻՈՆ ՎԵՐԼՈՒԾՈՒԹՅԱՆ ՄԵԹՈԴՆԵՐԻ ԿԻՐԱՌՈՒՄԸ ՖԼՈՏԱՑԻԱՅԻ ԱՐԴՅՈՒՆԱԲԵՐԱԿԱՆ ՊՐՈՑԵՍԻ ՀԵՏԱԶՈՏՈՒԹՅԱՆ ԺԱՄԱՆԱԿ

Ամփոփում

Ելնելով նախնական հետազոտությունների արդյունքներից, բացահայտվել են Ղափանի պղնձահանքային կոմբինատի հարստացուցիչ ֆաբրիկայի ֆլոտացիայի պրոցեսի ելքային ցուցանիշների վրա ազդող հիմնական գործոնները: Ֆլոտացիայի բաժնի աշխատանքի տեխնոլոգիական ցուցանիշների վրա ընտրված գործոնների ազդեցությունը հետազոտելու նպատակով դրվել է պարամետրների գրանցման փորձ օբյեկտի նորմալ շահագործման պայմաններում՝ հաշվի առնելով հապաղման ժամանակը յուրաքանչյուր կանալում:

Յուրաքանչյուր պարամետրի համար հաշվված են $\bar{x}$, σ, A, E, v *վիճակագրական բնութագրերը: Պարամետրների միջև կախումների գնահատականները, տեխնոլոգիական ցուցանիշների վրա յուրաքանչյուր գործոնի ազդեցության տեսքն ու աստիճանը տրվում են զույգ կոռելյացիայի մեթոդ-*

ների հիման վրա։ Ստացված են գծային ռեգրեսիայի հավասարումներն ըստ յուրաքանչյուրի ելքային ցուցանիշի։ Ստուգված է ստացված հավասարումների ադեկվատությունը, որը ցույց է տվել, որ դրանք ադեկվատ չեն փոփոխականների փոփոխության դիապազոնում։

ЛИТЕРАТУРА

1. *Смирнов Н. В., Дунин-Барковский И. В.* Краткий курс математической статистики для технических приложений. Физматгиз, М., 1959.
2. Труды МЭИ. Выпуск I. М., 1963.