

СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА

А. О. СААКЯН, Р. О. СААКЯН, Ю. Х. ГАЗАРЯН

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЕРИОДОВ И ФОРМ СВОБОДНЫХ
КОЛЕБАНИЙ МНОГОЭТАЖНЫХ КАРКАСНЫХ ЗДАНИЙ С
НЕСУЩИМИ ШАХТАМИ ПРИ НАЛИЧИИ
ДЕМПФЕРНЫХ УСТРОЙСТВ

Проблема сейсмостойкости многоэтажных зданий с несущими железобетонными шахтами в последнее время приобрела значительную актуальность в связи с широким их применением в сейсмоактивных районах страны. Одним из реальных путей повышения сейсмостойкости таких зданий является включение в конструкцию специальных демпферов, поглощающих энергию колебаний. В этом отношении для многоэтажных каркасных зданий, возводимых методом подъема этажей или перекрытий, создаются благоприятные условия, обусловленные тем, что пространственная компоновка этих зданий осуществляется из двух самостоятельных систем—рамного каркаса, воспринимающего в основном вертикальные нагрузки, и несущей шахты, воспринимающей горизонтальные нагрузки.

В [1, 2] было предложено в технологические зазоры между плитами перекрытий и шахтой ввести упругие демпферы, поглощающие энергию механических колебаний. Включение демпферов между каркасом и шахтой приводит к образованию пространственной системы с новыми динамическими характеристиками, отличными от характеристик систем без демпферов, т. е. при жестком соединении шахты с междуэтажными плитами перекрытий.

Ниже предлагается расчетный метод определения динамических характеристик многоэтажных каркасных зданий с несущими шахтами при наличии демпферных устройств. В расчете игнорируется энергия, поглощаемая шахтой, каркасом и демпферами, поскольку она мало влияет на периоды и формы свободных колебаний. В соответствии с принятыми предпосылками, расчетная схема многоэтажного здания, состоящего из шахты и каркаса, представлена на рис. 1.

Уравнение движения системы при малых свободных колебаниях можно представить в следующем виде:

$$\begin{aligned} m_k \ddot{y}_k + \sum_{s=1}^n r_{ks} y_s + P_k &= 0; \\ M_k \ddot{z}_k + \sum_{s=1}^n R_{ks} z_s - P_k &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

$$(k = 1, 2, \dots, n)$$

где m_k, M_k — массы k -го этажа каркаса и шахты соответственно;
 y_k, z_k — прогибы k -го этажа каркаса и шахты соответственно;
 r_{ks}, R_{ks} — единичные реакции каркаса и шахты соответственно;
 P_k — упругие реакции демпферов k -го этажа.

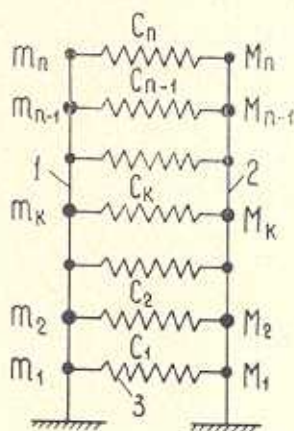


Рис. 1. Расчетная схема здания: 1—каркас, 2—шахта, 3—демпферы.

Реакция демпферов связана с прогибами шахты и каркаса следующим соотношением:

$$P_k = C_k (y_k - z_k), \quad (k = 1, 2, \dots, n). \quad (2)$$

Искомые решения системы дифференциальных уравнений (1) представлены в виде:

$$\begin{aligned} y_k &= Y_k T(t); \\ z_k &= Z_k T(t), \end{aligned} \quad (3)$$

$$(k = 1, 2, \dots, n)$$

где Y_k, Z_k — амплитудные коэффициенты каркаса и шахты соответственно;

$T(t)$ — функция времени (нормальная ордината).

Подставляя (3) в уравнения (1), получим:

$$\begin{aligned} m_k Y_k T'' + \left[\sum_{s=1}^n r_{ks} Y_s + C_k (Y_k - Z_k) \right] T &= 0; \\ M_k Z_k T'' + \left[\sum_{s=1}^n R_{ks} Z_s - C_k (Y_k - Z_k) \right] T &= 0. \end{aligned} \quad (4)$$

Откуда

$$-\frac{T''}{T} = \frac{\sum_{s=1}^n r_{ks} Y_s + C_k (Y_k - Z_k)}{m_k Y_k},$$

$$T'' = \frac{\sum_{s=1}^n R_{ks} Z_s - C_k (Y_k - Z_k)}{M_k Z_k} \quad (5)$$

($k = 1, 2, \dots, n$)

При любом значении t эти равенства могут иметь силу лишь в том случае, если обе их части порознь равны одной и той же постоянной при любом k . Обозначая эту постоянную через ω^2 , получим:

$$\sum_{s=1}^n \left[r_{ks} + (C_s - \omega^2 m_s) \beta_{ks} \right] Y_s - C_k Z_k = 0;$$

$$\sum_{s=1}^n \left[R_{ks} + (C_s - \omega^2 M_s) \beta_{ks} \right] Z_s - C_k Y_k = 0. \quad (6)$$

($k = 1, 2, \dots, n$)

где

$$\beta_{ks} = \begin{cases} 1 & \text{если } s = k, \\ 0 & \text{если } s \neq k. \end{cases}$$

Выражения (6) представляют из себя систему линейных алгебраических уравнений относительно искомых коэффициентов Y_k и Z_k .

Ненулевое решение получим при условии, когда определитель системы (6)

$$D(\omega^2) = 0. \quad (7)$$

Корни уравнения (7)

$$\omega_1 < \omega_2 < \dots < \omega_{2n} \quad (8)$$

являются собственными частотами здания с демпферами. Решая для каждого значения ω_j (где j — номер тона колебаний) систему (6), определяются амплитудные коэффициенты форм колебаний каркаса и шахты:

$$Y_1^{(j)}, Y_2^{(j)}, \dots, Y_{n-1}^{(j)}, Y_n^{(j)} = 1,$$

$$Z_1^{(j)}, Z_2^{(j)}, \dots, Z_{n-1}^{(j)}, Z_n^{(j)}. \quad (9)$$

С целью некоторого обобщения практического метода определения периодов и форм свободных горизонтальных колебаний здания с демпферами, введем следующие безразмерные коэффициенты:

$$\lambda = H \sqrt{\frac{C_2}{B_1}}; \quad \gamma_k = \frac{C_k}{C_2} nH; ;$$

$$\rho = \frac{\omega}{\omega_k}; \quad \mu = \frac{M_k}{m_k}. \quad (10)$$

где C_2 — сдвиговая жесткость каркаса; B_1 — изгибная жесткость диафрагм (несущих шахт); H — высота здания; C_k — суммарная

жесткость демпферов k — го этажа; ω_k — приведенная собственная частота каркаса (без множителя $j\pi/2$).

Не приводя подробного математического анализа, заметим, что для высотных зданий с несущими шахтами, каркас которых практически можно принимать как регулярную раму [3], единичные реакции R_{ks} и r_{ks} составляют симметричные матрицы и определяются из выражений:

$$\begin{aligned} \left[R_{ks} \right] &= \frac{6C_2 n^2}{Hl^2} \left[\Delta_{ks}^0 \right]^{-1} = \frac{6C_2 n^2}{Hl^2} \left[R_{ks}^0 \right]; \\ \left[r_{ks} \right] &= \frac{nC_2}{H} \left[\delta_{ks}^0 \right]^{-1} = \frac{nC_2}{H} \left[r_{ks}^0 \right], \end{aligned} \quad (11)$$

$(k=1,2, \dots, n; s=1,2, \dots, n)$

где элементы симметричных матриц $[\Delta_{ks}^0]$, $[\delta_{ks}^0]$ вычисляются по формулам:

$$\left. \begin{aligned} \Delta_{ks}^0 &= k^2(3s-k) \\ \delta_{ks}^0 &= k \end{aligned} \right\} k \leq s. \quad (12)$$

В силу (10) и (11) система уравнений (6) после некоторых преобразований примет вид:

$$\begin{aligned} \sum_{s=1}^n A_{ks} Y_s - \frac{\alpha_k}{n} Z_k &= 0; \\ \sum_{s=1}^n B_{ks} Z_s - \frac{\alpha_k}{n} Y_k &= 0, \end{aligned} \quad (13)$$

где $A_{ks} = nr_{ks}^0 + \left(\frac{\alpha_s}{n} - \rho^2 \frac{1}{n} \right) \delta_{ks}^0;$

$$B_{ks} = \frac{6n^2}{l^2} R_{ks}^0 + \left(\frac{\alpha_s}{n} - \rho^2 \frac{1}{n} \right) \delta_{ks}^0. \quad (14)$$

Собственные частоты (безразмерные) ρ_j здания с демпферами определяются из условия равенства нулю определителя системы (13):

$$\begin{vmatrix} A_{11} & A_{12} & \dots & A_{1n} & -\alpha_1/n & 0 & \dots & 0 \\ A_{21} & A_{22} & \dots & A_{2n} & 0 & -\alpha_2/n & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_{m1} & A_{m2} & \dots & A_{mn} & 0 & 0 & \dots & -\alpha_n/n \\ -\alpha_1/n & 0 & \dots & 0 & B_{11} & B_{12} & \dots & B_{1n} \\ 0 & -\alpha_2/n & \dots & 0 & B_{21} & B_{22} & \dots & B_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & -\alpha_n/n & B_{n1} & B_{n2} & \dots & B_{nn} \end{vmatrix} = 0. \quad (15)$$

Для каждой безразмерной частоты свободных колебаний ρ_j (где j — номер тона колебаний), решая систему уравнений (13) при $Y_n^{(j)} = 1$, определяются значения коэффициентов форм колебаний шахты и каркаса.

Истинные значения круговых частот и периодов свободных горизонтальных колебаний здания с пружинными связями определяются из соотношений:

$$\omega_j = \rho_j \omega_k; \quad T_j = \frac{2\pi}{\omega_j}; \quad (16)$$

$$(j = 1, 2, \dots, 2n).$$

Поскольку

$$C_2 = \frac{i^2 B_\lambda}{H^2} \quad \text{и} \quad \omega_k = \frac{1}{H} \sqrt{\frac{C_2 l}{m}}. \quad (17)$$

то выражение (16) запишется в виде:

$$T_j = a_j H^2 \sqrt{\frac{m}{B_\lambda l}}, \quad (18)$$

где $a_j = \frac{2\pi}{\rho_j^2}$; m — ярусная масса; l — высота яруса.

Для определения периодов и форм свободных горизонтальных колебаний зданий с пружинными демпферами в соответствии с вышеприведенной методикой была составлена программа и на ЭВМ решена задача для 9, 12 и 16-этажных зданий при следующих значениях характеристики жесткости поэтажно установленных демпферов (α_k) и характеристики жесткости системы шахта-каркас (Ω):

$$\alpha_k = \alpha = 0,3; 0,6; 1; 3; 6; 9; 12; 200; 20000;$$

$$\lambda = 1; 2; 3; 4; 5; 6.$$

При этом для оценки влияния массы шахты на периоды и формы свободных колебаний системы задача решена с учетом массы шахты ($\mu=0,1$) и без ее учета ($\mu=0$).

В результате совместного решения уравнений (13) и (15) найдены коэффициенты ρ_j и соответствующие формы для пяти первых тонов свободных горизонтальных колебаний. Установлено, что для зданий высотой девять и более этажей коэффициенты ρ_j практически не зависят от этажности зданий. Расчеты показали, что масса шахты практически не влияет на периоды и формы свободных горизонтальных

колебаний системы, обусловленных только массой каркаса. Помимо этого установлено, что наличие массы шахты создает новый частотный спектр и соответствующие ему формы упругой линии. Однако такие формы свободных колебаний либо высокочастотные, либо в интересующем диапазоне частот (до 10 Гц) имеют место при больших значениях λ и малых значениях α , выходящих за пределы практически встречающихся величин.

Таким образом, при определении периодов и форм свободных колебаний рассматриваемой системы массой шахты можно пренебречь.

По полученным формулам составлены графики $a_j(\lambda, \alpha)$ для пяти первых тонов свободных горизонтальных колебаний. В качестве иллюстрации на рис. 2 приведены кривые $a_j(\lambda, \alpha)$ для трех первых тонов колебаний.

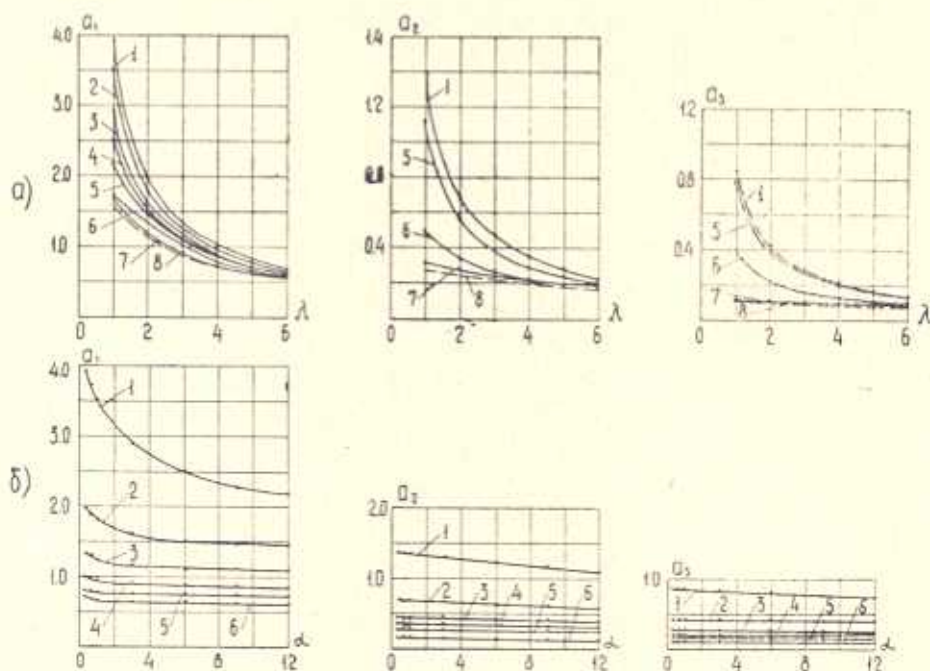


Рис. 2. Зависимость коэффициента частоты a_j (j — номер тона колебаний) от величин λ и α для трех первых тонов свободных колебаний: на рисунках *а* 1 — $\alpha = 0,3$; 2 — $\alpha = 0,6$; 3 — $\alpha = 1,0$; 4 — $\alpha = 6,0$; 5 — $\alpha = 12$; 6 — $\alpha = 200$; 7 — $\alpha = 20000$; 8 — равно — связная система, на рисунках *б* 1 — $\lambda = 1$; 2 — $\lambda = 2$; 3 — $\lambda = 3$; 4 — $\lambda = 4$; 5 — $\lambda = 5$; 6 — $\lambda = 6$.

Практическое определение периода свободных горизонтальных колебаний многоэтажных зданий с демферами (пружинными связями) между шахтой и каркасом, в случае пренебрежения всеми видами потерь энергии, сводится к отысканию по кривым, показанным на рис. 2, коэффициента a_j в зависимости от характеристики жесткости здания λ и характеристики жесткости демферов α . При этом период колебаний определяется по формуле (18).

Как видно из этих кривых, для заданного значения λ при увеличении номера тона колебаний кривые a_j сгущаются; они сгущаются и при увеличении характеристики жесткости здания λ , причем при больших λ кривые, соответствующие различным значениям характеристики жесткости демпферов α , практически совмещаются. Указанное имеет место для всех форм свободных колебаний. Заметим еще одно обстоятельство: увеличение характеристики жесткости демпферов α приво-

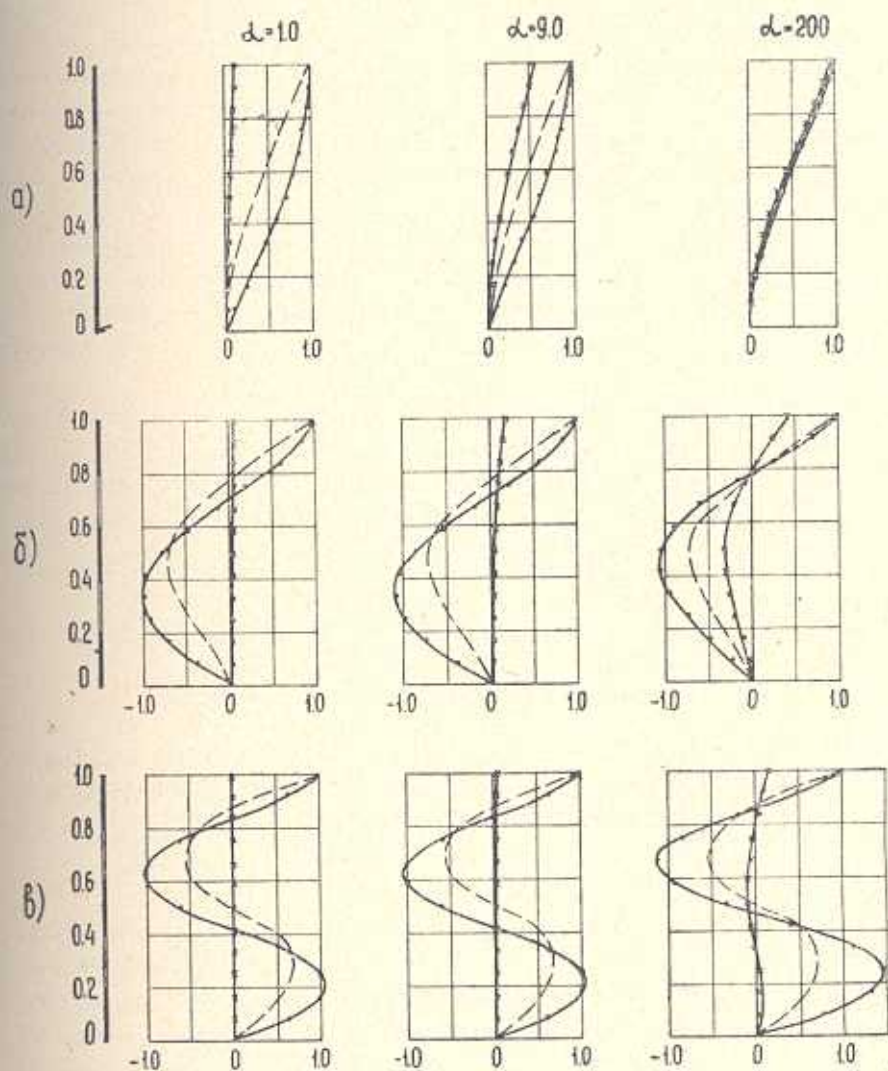


Рис. 3. Упругие линии шахты (x) и каркаса (·) при свободных горизонтальных колебаниях зданий с демпферами при значениях параметров $\lambda = 1$, $\mu = 0$ (пунктирными линиями обозначены соответствующие формы равно-связевой системы): а — первый тон; б — второй тон; в — третий тон.

дит к увеличению собственных частот системы, а в пределе—к превращению рассматриваемой системы в рамно-связевую. Анализ показал, что при больших значениях α полученные нами результаты с точностью до 2% совпадают с результатами расчета рамно-связевой системы по [3]. При этом установлено, что для каждой формы свободных горизонтальных колебаний существует определенное значение α , возрастающее с номером тона колебаний, после которого обеспечивается практическое жесткое соединение шахты с каркасом.

На рис. 3 в качестве примера приведены кривые форм колебаний шахты и каркаса для трех первых тонов свободных колебаний системы. Как видно из графиков, для данного значения характеристики жесткости демпферов α с увеличением номера тона колебаний прогиб шахты по сравнению с прогибом каркаса уменьшается, и практически, начиная с третьего тона колебаний, шахту можно считать жесткой. Указанное обстоятельство имеет место при малых значениях α , а при ее больших значениях (например, при $\alpha > 200$) по мере увеличения α прогибы шахты и каркаса сближаются и в пределе сливаются. При этом значения α , обеспечивающие совместную работу шахты и каркаса, для различных форм колебаний не совпадают друг с другом и возрастают по мере увеличения номера тона колебаний.

Для сравнения с полученными нами результатами на рис. 3 приводятся также формы упругих линий рамно-связевой системы по [3], и, как видно, в частном случае, при больших значениях жесткостей демпферов, упругие линии рассматриваемой системы совпадают с упругими линиями рамно-связевой системы (при $\alpha = 200$).

СПЭКБ Министерства
промышленного строительства АрмССР

Поступило 10.VI.1974.

Ա. Շ. ՍԱՀԱԿՅԱՆ, Թ. Հ. ՍԱՀԱԿՅԱՆ, ՅՈՒ. Կ. ՂԱԶԱՐՅԱՆ

ԿՐՈՂ ՀՈՐԱՆՆԵՐՈՎ ԲԱԶՄԱՀԱՐԿ ԿԱՐԿԱՍՍՅՅԻՆ ՇԵՆՔԵՐԻ ԱԶԱՏ ՏԱՏԱՆՈՒՄ-
ՆԵՐԻ ՊԱՐՔԵՐՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԵՎ ԶԵՎԵՐԻ ՈՐՈՇՈՒՄԸ ԴԵՄՊՖԵՐԱՅԻՆ
ՍԱՐՔԵՐԻ ԱՌԿԱՅՈՒԹՅԱՆ ԴԵՊՏՈՒՄ

Ա մ փ ո փ ու մ

Բերվում է կրող հորաններով կարկասային շենքերի ազատ տատանումների պարբերությունների և ձևերի որոշման եղանակ՝ հորանի և կարկասի փոխազդեցության դատում ղեմպֆերային սարքերի առկայության դեպքում: Բացահայտված է, որ տվյալ սիստեմի բազմահարկ շենքերի ազատ տատանումների պարբերությունները և ձևերը նշանակալի չափով կախված են ղեմպֆերային սարքերի բնկրկելիությունից: Մասնավոր դեպքում՝ կոշտ ղեմպֆերների ժամանակ, ստացված լուծումների արդյունքները համընկնում են շրջանակա-կապային սիստեմի արդյունքների հետ: Բերված են կրող հորաններով և ղեմպֆերացնող սարքերով կարկասային շենքերի դինամիկ բնութագրերը գործնականորեն որոշելու զրաֆիկներ:

ЛИТЕРАТУРА

1. Шахназарян С. Х., Саакян Р. О., Саакян А. О. Возведение зданий методом подъема этажей и перекрытий. Исследование, проектирование, строительство. М., Стройиздат, 1974.
2. Шахназарян С. Х., Саакян Р. О., Саакян А. О., Газарян Ю. Х. Применение демпферов для повышения сейсмостойкости каркасных зданий с несущими шахтами. «Бетон и железобетон», № 2, 1974.
3. Сигалов Э. Е. Каркасно-панельные здания. В кн.: «Проектирование железобетонных конструкций». М., Стройиздат, 1966.