ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
Տեխնիկական գիտութ. սերիա XXVII, №1, 1974 Серия технических наук

ГИДРАВЛИКА

Э. П. АЩИЯНЦ

К ВОПРОСУ ОБ ОТРИЦАТЕЛЬНОМ ГИДРАВЛИЧЕСКОМ УДАРЕ В НАГНЕТАТЕЛЬНОМ ТРУБОПРОВОДЕ НАСОСНОЙ СТАНЦИИ

В статье определяется закон изменения давления и скорости в напорном трубопроводе при аварийном прекращении электропитания насосной станции.

С целью определения максимального повышения давления в трубопроводе, принимается случай мгновенного закрытия задвижки за насосом (см. рис. 1).

Рассматривая одномерное движение вязкой жидкости, решение задачи получим из уравнений движения и неразрывности вида:

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\partial y}{dx}+\frac{1}{g}\left(\frac{\partial v}{\partial t}+2mv\right)=0; \\ &\frac{\partial y}{\partial t}+\frac{a^2}{g}\,\frac{\partial v}{\partial x}=0. \end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

Здесь y—приведенный напор; v—скорость движения жидкости; a—скорость распространения упругих колебаний; g—ускорение силы тяжести; x—продольная ордината оси трубопровода; t—время. Гидравлический уклон представлен выражением $2mv$, где $2m=\lambda v_{\text{ср}}/2d=\text{const}$; λ—коэффициент сопротивления трения; d—диаметр трубопровода; $v_{\text{ср}}$—осредненная скорость движения жидкости.

Данный прием линеаризации уравнения движения применен и обоснован И. А. Чарным [1].

Из системы (1) получаются известные гиперболические уравнения относительно напора и скорости:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}+2m\frac{\partial y}{\partial t}=a^2\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}; \qquad (2)$$

$$\frac{\partial^2 v}{\partial t^2}+2m\frac{\partial v}{\partial t}=a^2\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}. \qquad (3)$$

Эти уравнения решаются методом разделения переменных.

При мгновенном закрытии задвижки за насосом давление за ней быстро падает до определенной величины и остается постоянным до момента удара столба жидкости о задвижку при обратном движении, Поэтому граничные и начальные условия для этого промежутка времени можно представить в виде:

$$y(0,\ t)=-A; \qquad y(l,\ t)=0;$$

$$y(x,\ 0)=0; \qquad \left.\frac{\partial y}{\partial t}\right|_{t=0}=0. \tag{4}$$

Здесь A—падение напора у задвижки; l—длина трубопровода.

Решая уравнение (2) при данных начальных и граничных условиях, получаем изменение напора в трубопроводе от стационарного состояния

$$y(x,t)=A\left(\frac{x}{l}-1\right)+\frac{2Ag}{\pi}e^{-mt}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}\left(\cos q_n t+\frac{m}{q_n}\sin q_n t\right)\sin\frac{\pi n}{l}x, \tag{5}$$

где $q_n=\sqrt{\left(\frac{n\pi a}{l}\right)^2-m^2}$; v_0—скорость при стационарном движении.

Из системы (1) получаем изменение скорости движения жидкости

$$v(x,t)=\left[\frac{Ag}{2ml}(e^{-2mt}-1)\right]-\frac{2Ag}{l}e^{-mt}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{q_n}\sin q_n t\cos\frac{\pi n}{l}x. \tag{6}$$

Имея закон изменения скорости, определяем путь, проходимый потоком жидкости

$$S(x,\ t)=\left[\frac{1}{2m}\left(v_0+\frac{Ag}{2ml}\right)(1-e^{-2mt})-\frac{Ag}{2ml}t\right]+$$

$$+\frac{2Ag}{l}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(m^2+q_n^2)q_n}[+q_n+e^{-mt}(-m\sin q_n t-q_n\cos q_n t)]\cos\frac{\pi n}{l}x. \tag{7}$$

Заметим, что в формулах (6) и (7) выражения, стоящие в квадратных скобках, соответствуют неустановившемуся движению всего столба жидкости; вторые слагаемые соответствуют упругим колебаниям внутри столба жидкости.

После закрытия задвижки столб жидкости движется замедленно, пока скорость не погасится до нуля, а затем начинается ускоренное движение в обратном направлении. Скорость при ударе столба жидкости о задвижку можно определить из зависимостей (5) и (6), учитывая, что пути замедленного и ускоренного движения равны.

Для определения скорости и напора, возникающих в трубопроводе после удара столба жидкости о задвижку, воспользуемся уравнением (3).

Начальные условия получаем из выражения (6):

$$v(x,\ 0)=\left[v_0e^{-2mt_1}+\frac{Ag}{2ml}(e^{-2mt_1}-1)\right]-\frac{2Ag}{l}e^{-mt_1}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{q_n}\sin q_n t_1\cos\frac{n\pi}{l}x, \tag{8}$$

где t_1 — промежуток времени от начала закрытия задвижки до удара об нее столба жидкости

$$\left.\frac{\partial v}{\partial t}\right|_{t=0} = -e^{-2mt_1}\left(2mv_0 + \frac{Ag}{l}\right) + \frac{2Ag}{l}e^{-mt_1}\left[m\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{q_n}\sin q_n t_1 \cos\frac{n\pi}{l}x - \right.$$

$$\left. - \sum_{n=1}^{\infty}\cos q_n t_1 \cos\frac{n\pi}{l}x.\right. \qquad (9)$$

Из (8) следует, что скорость, с которой столб жидкости ударяется о задвижку, может быть не равной начальной скорости движения. Кроме того, при ударе о задвижку столб жидкости имеет некоторое ускорение. Эти условия характерны для отрицательного гидравлического удара и, благодаря им, максимальное движение в трубопроводе может достичь величины, превышающей av_0/g.

Если рассматривать движение жидкости в определенных сечениях трубопровода, то начальные условия будут:

$$v(x,\ 0) = u; \qquad \left.\frac{\partial v}{\partial x}\right|_{t=0} = M.$$

Граничные условия выразятся так:

$$v(0,\ t) = 0, \qquad \left.\frac{\partial v}{\partial x}\right|_{x=l} = 0;$$

второе условие получено из системы (1).

При данных начальных и граничных условиях выражение для скорости имеет вид [2]:

$$v(x,\ t) = \frac{4e^{-mt}}{\pi}\sum_{k=0}^{\infty}\left[\frac{u}{(2k+1)}\cos q_k t + \frac{(M+mu)}{(2k+1)q_k}\sin q_k t\right]\sin\frac{(2k+1)}{2l}\pi x, \qquad (10)$$

где $q_k = \sqrt{\left[\frac{(2k+1)\pi a}{2l}\right]^2 - m^2}.$

Из системы (1) получаем выражение для напора:

$$y(x,\ t) = \frac{8le^{-mt}}{g\pi^2}\sum_{k=0}^{\infty}\left[\frac{u}{(2k+1)^2}(m\cos q_k t - q_k \sin q_k t) + \right.$$

$$\left. + \frac{M+mu}{(2k+1)^2}\left(\frac{m}{q_k}\sin q_k t + \cos q_k t\right)\right]\cos\frac{(2k+1)}{2l}\pi x. \qquad (11)$$

Заметим, что зависимость (10) и (11) справедливы для $t_1 < t \leq t_1 + 2l/a$, так как при $t > t_1 + 2l/a$ может не выполняться граничное условие, соответствующее $x=0$.

Для невязкой жидкости полученные зависимости имеют вид:

$$y(x,t)=A\left(\frac{x}{l}-1\right)+\frac{2A}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}\cos\frac{na\pi}{l}t\sin\frac{n\pi}{l}x; \qquad (5a)$$

$$v(x,t)=-\frac{Ag}{l}t-\frac{2Ag}{a\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}\sin\frac{na\pi}{l}t\cos\frac{n\pi}{l}x; \qquad (6a)$$

$$S(x,t)=\left(v_0t-\frac{Ag}{l}\frac{t^2}{2}\right)+\frac{2Agl}{a^2\pi^2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}\left(\cos\frac{na\pi}{l}t-1\right)\cos\frac{n\pi}{l}x; \qquad (7a)$$

$$y(x,t)=\frac{4au}{\pi g}\sum_{k=0}^{\infty}\frac{1}{(2k+1)}\sin\frac{(2k+1)}{2l}\pi at\cos\frac{(2k+1)}{2l}\pi x+$$

$$+\frac{8lM}{g\pi^2}\sum_{k=0}^{\infty}\frac{1}{(2k+1)^2}\cos\frac{(2k+1)}{2l}\pi at\cos\frac{(2k+1)}{2l}\pi x. \qquad (11a)$$

Используя данные проведенных нами экспериментов, с помощью полученных зависимостей определим изменение напора в трубопроводе при мгновенном закрытии задвижки за насосом (рис. 1). Диаметр трубопровода 0,1 *м*, длина $l=94$ *м*. Статический напор у задвижки $H_{ст}=21{,}2$ *м*.

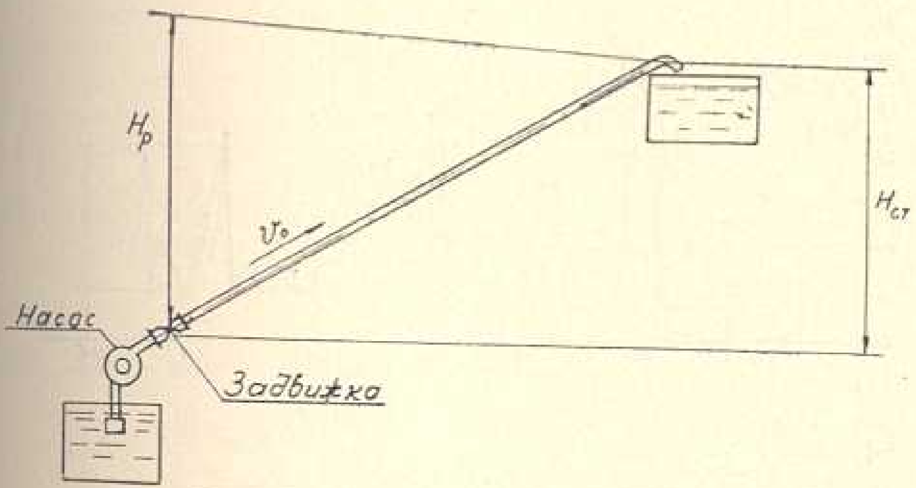

Рис. 1. Расчетная схема насосной установки

В данном примере скорость движения жидкости до закрытия задвижки $v_0=0{,}32$ *м/сек*. При $av_0/g>H_p$, где H_p — рабочий напор у задвижки, падение напора у задвижки $A=H_p+h_в$; $h_в$ — давление ниже атмосферного. Скорость распространения упругих колебаний $a=1070$ *м/сек*.

Пренебрегая трением, расчет ведем по формулам для невязкой жидкости.

Промежуток времени, в течение которого у задвижки ($x=0$) существует пониженное давление, определим из (7а), приравняв его нулю

$$\left(v_0t-\frac{Ag}{l}\frac{t^2}{2}\right)+\frac{2A'gl}{a^2\pi^2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}\left(\cos\frac{a\pi n}{l}t-1\right)\cos\frac{\pi n}{l}x=0.$$

Данное уравнение имеет корни: $t_0=0$ и $t_1=2v_0l/Ag$, если $\frac{2v_0l}{Ag}=n\frac{2l}{a}$ (где n—целое число). Из выражения t_1 видно, что если $A=av_0/g$, то $t_1=2l/a$, если же $A<av_0/g$, то $t_1>2l/a$. В данном случае $t_1=0,235$ *сек*.

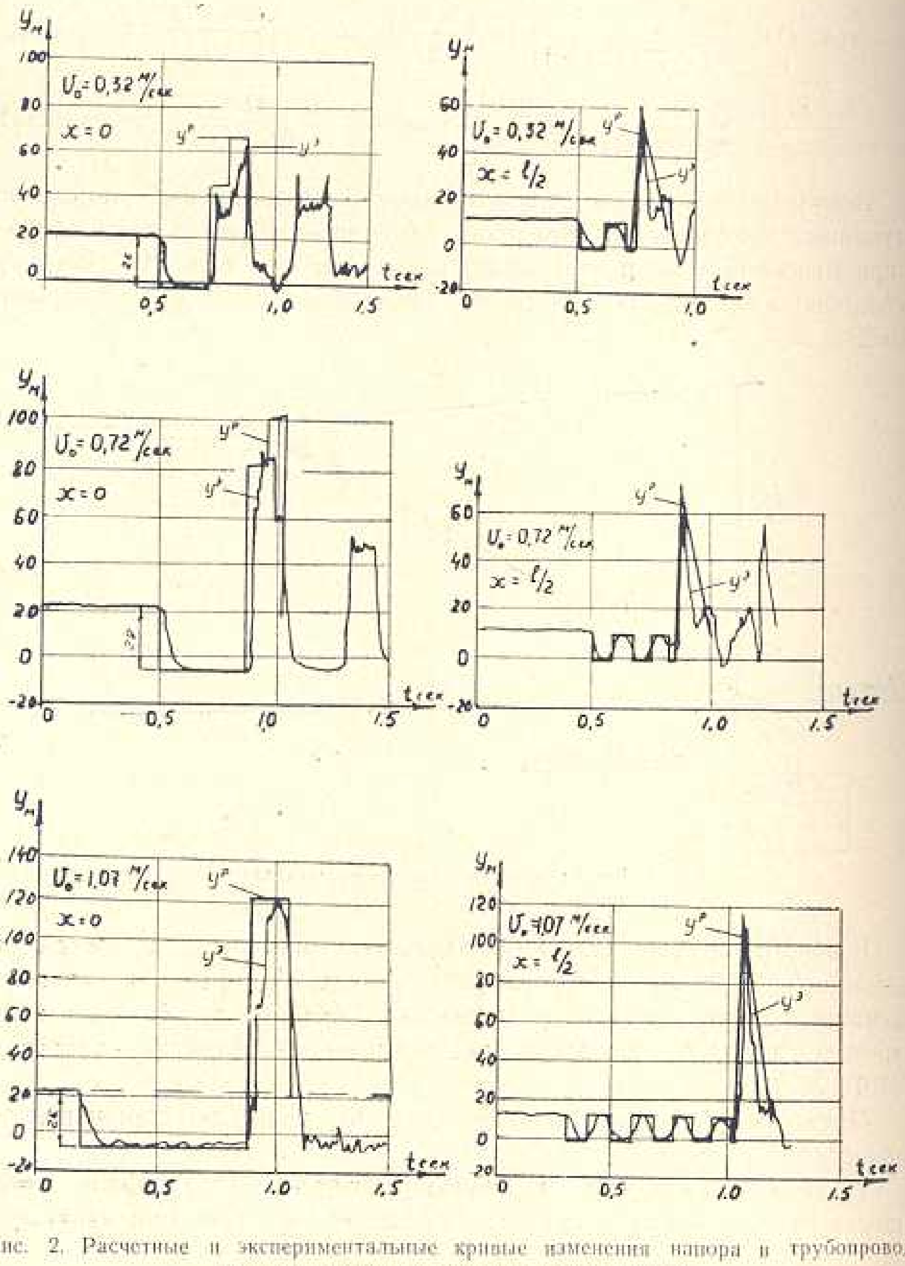

Рис. 2. Расчетные и экспериментальные кривые изменения напора в трубопроводе (соответственно помечены индексами p и $э$).

Зависимость (5) показывает, что внутри столба жидкости ($x \neq 0$) имеет место колебание напора. Это колебание восстанавливает статический напор в трубопроводе. При $x \to 0$ восстановление статического напора будет иметь место через каждый промежуток времени, равный $2l/a$.

Если $t_1 \neq n2l/a$, то при $t > t_1$ напор у задвижки не сразу достигнет максимального значения, а будет увеличиваться по мере подхода к данному сечению упругих колебаний.

Имея t_1, из (8а) определяем скорость, с которой столб жидкости ударяется о задвижку

$$v(0,\ t_1) = v_0 - \frac{Ag}{l} t_1 - \frac{2Ag}{2\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \sin \frac{2\pi n}{l} t_1 = 0{,}42\ \text{м/сек}.$$

Подставляя в (11а) $u = 0{,}42$ *м/сек* и $M = 0$, определяем повышение напора у задвижки, имея в виду, что в жидкости уже имеют место колебания напора. В середине трубопровода ($x = l/2$) изменение напора определяем из (5а), (7а) и (11а).

Кривые изменения напора, построенные по полученным формулам, показаны на рис. 2. Там же приведены экспериментальные кривые.

Некоторое расхождение расчетных и экспериментальных кривых объясняется тем, что в экспериментах задвижка за насосом закрывалась не мгновенно. Однако, полученные зависимости хорошо описывают физику явления и их можно применять при расчете трубопроводов на максимальные давления.

АрмНИИВПиГ

Поступило 20.IX.1973.

Է. Գ. ԱՇՋԻՅԱՆՑ

ՊՈՄՊԱԿԱՅԱՆԻ ՃՆՇՄԱՆ ԽՈՂՈՎԱԿԱՇԱՐՈՒՄ ԲԱՑԱՍԱԿԱՆ ՀԻԴՐԱՎԼԻԿԱԿԱՆ ՀԱՐՎԱԾԻ ՀԱՐՑԻ ՇՈՒՐՋԸ

Ամփոփում

Հոդվածում քննարկվում է ջրի չհաստատված շարժման երևույթը պոմպակայանի ճնշման խողովակաշարում՝ փականի ակնթարթային փակման դեպքում։

Ելնելով հիդրոդինամիկ հիմնական հավասարումներից, լուսաբանվում են երևույթի կինեմատիկական որոշ առանձնահատկություններ, որոնք վերաբերում են ջրի սյան հետ ու առաջ շարժվելուն և դրա հետևանքով առաջացող ճնշման փոփոխություններին։ Ստացված բանաձևերը ցույց են տալիս, որ ամբողջ ջրի սյան չհաստատված շարժումը զուգադիպում է ջրի սյան առաձգական տատանումներին, որոնք իրենց հերթին առաջացնում են արագության և ճնշման լրացուցիչ փոփոխություններ։ Հաշվումներից ստացված արդյունքները բավարար ճշտությամբ համընկնում են փորձնական արդյունքներին, որը և ցույց է տալիս հաշվարկման առաջարկվող մեթոդի ընդունելիությունը։

ЛИТЕРАТУРА

1. *Чарный И. А.* Неустановившееся движение реальной жидкости в трубах. Гостехиздат, 1951.
2. *Тихонов А. Н., Самарский А. А.* Уравнения математической физики. Изд. «Наука», 1972.
3. *Араманович И. Г., Левин В. И.* Уравнения математической физики. Изд. «Наука», 1969.