ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

Տեխնիկական գիտութ. սերիա XXVI, № 4, 1973 Серия технических наук

СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА

Т. А. ГОРОЯН

К ОПРЕДЕЛЕНИЮ ПЕРИОДОВ СВОБОДНЫХ КОЛЕБАНИЙ КАРКАСНЫХ ЗДАНИЙ С ГИБКИМИ НИЖНИМИ ЭТАЖАМИ

Для определения периодов первых трех тонов свободных колебаний каркасных зданий с абсолютно жесткими ригелями при числе этажей $n \leqslant 20$, равенстве масс (m), сосредоточенных в уровнях перекрытий, и жесткостей этажей (a) нами в [1] предложена формула:

$$T_r = 2\pi(A_r + nB_r)\sqrt{m/a}, \tag{1}$$

где A_r и B_r—безразмерные коэффициенты, зависящие от тона колебания (r) и имеющие значения: $A_1=0{,}367$, $A_2=0{,}160$, $A_3=0{,}118$, $B_1=0{,}633$, $B_2=0{,}210$, $B_3=0{,}126$.

Далее, в [2] рассмотрены частотные уравнения зданий, у которых жесткость первого этажа отлична от равных между собой жесткостей остальных этажей, и в (1) внесен корректив, зависящий от тона колебания, числа этажей и отношения жесткостей первого и типового этажей.

В продолжение этих исследований, в данной статье рассматриваются свободные колебания каркасных зданий: а) с гибкими первым и вторым этажами, б) с гибким вторым этажом,—как случаи, часто встречающиеся на практике.

1. Здания с гибкими первым и вторым этажами при абсолютно жестких ригелях. Представляя, как и в [1], динамическую расчетную схему здания (рис. 1) в виде невесомого консольного бруса, несущего n сосредоточенных масс, дифференциальные уравнения движения масс имеют вид:

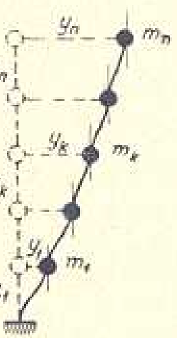

Рис. 1.

$$m_k\ddot{y}_k + a_k(y_k - y_{k-1}) - a_{k+1}(y_{k+1} - y_k) = 0. \tag{2}$$
$$(k=1,\ 2,\ \ldots,\ n)$$

Частным интегралом системы (2) является $y_k = C_k \sin pt$, и для определения неизвестных амплитуд C_k получается система однородных алгебраических уравнений:

$$-m_k p^2 C_k + a_k(C_k - C_{k-1}) - a_{k+1}(C_{k+1} - C_k) = 0, \tag{3}$$
$$(k=1,\ 2,\ \ldots,\ n)$$

где p—круговая частота свободных колебаний; m_k—масса, сосредоточенная в уровне перекрытия

k-го этажа; a_k — жесткость k-го этажа (сила, вызывающая единичное горизонтальное смещение этажа).

Рассмотрим систему (3) для зданий, у которых жесткости первого и второго этажей равны друг другу, но отличны от равных между собой жесткостей остальных этажей. При $a_1=a_2=\alpha a$ $(\alpha<1)$, $a_3=a_4=\ldots=a_n=a$ и равенстве масс $(m_1=m_2=\ldots=m_n=m)$ характеристический определитель матрицы системы (3) будет:

$$\Delta_n(\alpha,\lambda)=\begin{vmatrix} 2\alpha-\lambda & -\alpha & 0 & 0 & 0\cdots0 \\ -\alpha & \alpha+1-\lambda & -1 & 0 & 0\cdots0 \\ 0 & -1 & 2-\lambda & -1 & 0\cdots0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0\cdots0 & -1 & 2-\lambda & -1 \\ 0 & 0\cdots0 & 0 & -1 & 1-\lambda \end{vmatrix}, \tag{4}$$

где $\lambda=mp^2/a$.

Для (4) имеет место рекуррентное соотношение

$$\Delta_n(\alpha,\lambda)=[\lambda^2-\lambda(3\alpha+1)+2\alpha+a^2]\Delta^*_{n-2}(\lambda)-(2\alpha-\lambda)\Delta^*_{n-3}(\lambda), \tag{5}$$

$(n=3, 4, \ldots)$

где $\Delta^*_{n-2}(\lambda)$ и $\Delta^*_{n-3}(\lambda)$ — соответственно характеристические определители матрицы системы (3) для зданий с $(n-2)$ и $(n-3)$ степенями свободы при $\alpha=1$, причем, $\Delta^*_0(\lambda)=1$.

Очевидно, что частотное уравнение будет соответствовать условию $\Delta_n(\alpha,\lambda)=0$. Используя (5), развернуты частотные уравнения для зданий высотой до 16 этажей. Для некоторых значений n они имеют вид

$n=4$ $\quad \lambda^4-(3\alpha+4)\lambda^3+(\alpha^2+11\alpha+3)\lambda^2-(3\alpha^2+7\alpha)\lambda+\alpha^2=0;$

$n=5$ $\quad -\lambda^5+(3\alpha+6)\lambda^4-(\alpha^2+17\alpha+10)\lambda^3+(5\alpha^2+26\alpha+4)\lambda^2-$
$-(6\alpha^2+9\alpha)\lambda+\alpha^2=0;$

. . . .

. . . .

$n=10$ $\quad \lambda^{10}-(3\alpha+16)\lambda^9+(\alpha^2+47\alpha+105)\lambda^8-(15\alpha^2+301\alpha+364)\lambda^7+$
$+(91\alpha^2+1014\alpha+715)\lambda^6-(286\alpha^2+1925\alpha+792)\lambda^5+$
$+(495\alpha^2+2046\alpha+462)\lambda^4-(462\alpha^2+1134\alpha+120)\lambda^3+$
$+(210\alpha^2+276\alpha+9)\lambda^2-(36\alpha^2+19\alpha)\lambda+\alpha^2=0;$

. . . .

. . . .

На ЭВМ с точностью в 10^{-5} вычислены величины первых трех низших корней частотных уравнений систем с $n=5\div16$ степенями свободы при $\alpha=0{,}15$; $0{,}30$; $0{,}60$; $1{,}00$.

Результаты машинных вычислений позволяют внести в формулу (1) корректив, связанный с жесткостями первого и второго этажей, и она представляется в виде:

$$T_r = 2\pi\gamma_r(A_r + nB_r)\sqrt{m/a}, \tag{6}$$

где $\gamma_r(\alpha, n) = T_r/T_r^* = \sqrt{\lambda_r^*/\lambda_r}$ — коэффициент, представляющий собой частное периодов свободных колебаний при $a_1 = a_2 = \alpha a$ и $a_1 = a_2 = a$ (λ_r^*—корни частотного уравнения при $\alpha = 1$).

Значения коэффициента $\gamma_r(\alpha, n)$ для первых трех тонов свободных колебаний при отмеченных значениях α приведены в табл. 1.

Таблица 1

Значения коэффициента γ_r для зданий с гибкими первым и вторым этажами

Число этажей (n)	Форма колебаний	Коэффициент γ_r при значениях α			Число этажей (n)	Форма колебаний	Коэффициент γ_r при значениях α		
		0,15	0,3	0,6			0,15	0,3	0,6
5	I	2,21	1,61	1,20	11	I	1,76	1,36	1,11
	II	1,55	1,23	1,08		II	1,26	1,18	1,08
	III	1,69	1,41	1,13		III	1,26	1,10	1,05
6	I	2,10	1,55	1,18	12	I	1,70	1,33	1,10
	II	1,41	1,19	1,08		II	1,26	1,18	1,08
	III	1,61	1,35	1,09		III	1,17	1,10	1,05
7	I	2,01	1,50	1,16	13	I	1,67	1,31	1,09
	II	1,31	1,18	1,08		II	1,26	1,17	1,07
	III	1,59	1,26	1,09		III	1,17	1,10	1,05
8	I	1,93	1,45	1,14	14	I	1,64	1,29	1,09
	II	1,27	1,18	1,08		II	1,26	1,17	1,07
	III	1,51	1,19	1,06		III	1,16	1,10	1,05
9	I	1,87	1,41	1,13	15	I	1,61	1,28	1,08
	II	1,26	1,18	1,08		II	1,25	1,17	1,07
	III	1,42	1,14	1,06		III	1,15	1,10	1,05
10	I	1,81	1,38	1,12	16	I	1,58	1,26	1,08
	II	1,26	1,18	1,08		II	1,25	1,17	1,07
	III	1,33	1,12	1,05		III	1,14	1,10	1,05

2. **Здания с гибким вторым этажом при абсолютно жестких ригелях**. При $a_2 = \alpha a$, $a_1 = a_3 = a_4 = \ldots = a_n = a$ и равенстве поэтажных масс, характеристический определитель матрицы системы (3) будет:

$$\Delta_n(\alpha, \lambda) = \begin{vmatrix} 1+\alpha-\lambda & -\alpha & 0 & 0 & 0 \cdots 0 \\ -\alpha & 1+\alpha-\lambda & -1 & 0 & 0 \cdots 0 \\ 0 & -1 & 2-\lambda & -1 & 0 \cdots 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 \;\; 0 \cdots 0 & -1 & & 2-\lambda & -1 \\ 0 \;\; 0 \cdots 0 & 0 & & -1 & 1-\lambda \end{vmatrix}. \tag{7}$$

Для (7) имеет место рекуррентное соотношение

$$\Delta_n(\alpha, \lambda) = [\lambda^2 - 2\lambda(\alpha+1) + 2\alpha + 1]\Delta^*_{n-2}(\lambda) - (1+\alpha-\lambda)\Delta^*_{n-3}(\lambda), \qquad (8)$$

где $\Delta^*_{n-2}(\lambda)$ и $\Delta^*_{n-3}(\lambda)$ — те же выражения, что и в (5).

Пользуясь (8), развернуты частотные уравнения для зданий высотой до 16 этажей. Для некоторых значений n они имеют вид:

$n=4$ $$\lambda^4 - (2\alpha+5)\lambda^3 + (7+8\alpha)\lambda^2 - (3+7\alpha)\lambda + \alpha = 0;$$

$n=5$ $$-\lambda^5 + (2\alpha+7)\lambda^4 - (16+12\alpha)\lambda^3 + (14+21\alpha)\lambda^2 - (4+11\alpha)\lambda + \alpha = 0;$$

. . . .

. . . .

$n=10$ $$\lambda^{10} - (2\alpha+17)\lambda^9 + (121+32\alpha)\lambda^8 - (469+211\alpha)\lambda^7 + (1079+741\alpha)\lambda^6 - (1507+1496\alpha)\lambda^5 + (1254+1749\alpha)\lambda^4 - (582+1134\alpha)\lambda^3 + (129+366\alpha)\lambda^2 - (9+46\alpha)\lambda + \alpha = 0;$$

. . . .

. . . .

Таблица 2

Значения коэффициента γ_r для зданий с гибким вторым этажом

Число этажей (n)	Форма колебаний	Коэффициент γ_r при значениях α			Число этажей (n)	Форма колебаний	Коэффициент γ_r при значениях α		
		0.15	0.3	0.6			0.15	0.3	0.6
5	I II III	1.67 1.05 1.21	1.32 1.03 1.14	1.10 1.01 1.04	11	I II III	1.41 1.17 1.05	1.18 1.10 1.04	1.05 1.04 1.01
6	I II III	1.61 1.09 1.06	1.28 1.05 1.03	1.09 1.02 1.01	12	I II III	1.39 1.17 1.06	1.17 1.10 1.05	1.05 1.04 1.02
7	I II III	1.56 1.12 1.00	1.26 1.07 1.00	1.08 1.03 1.00	13	I II III	1.37 1.17 1.07	1.16 1.10 1.05	1.05 1.04 1.03
8	I II III	1.52 1.14 1.01	1.23 1.08 1.01	1.07 1.03 1.00	14	I II III	1.35 1.17 1.08	1.15 1.10 1.05	1.05 1.04 1.03
9	I II III	1.48 1.15 1.03	1.21 1.09 1.02	1.06 1.03 1.01	15	I II III	1.33 1.17 1.08	1.14 1.10 1.05	1.04 1.03 1.03
10	I II III	1.44 1.16 1.04	1.20 1.10 1.03	1.06 1.04 1.01	16	I II III	1.31 1.17 1.09	1.13 1.09 1.05	1.04 1.03 1.03

С точностью в 10^{-3} на ЭВМ вычислены первых трех низших корней частотных уравнений при $n=5\div16$ и $\alpha=0{,}15$; 0,30, 0,60; 1,00 и, поступая аналогично предыдущему случаю, определены значения коэффициента $\gamma_r(\alpha, n)$ формулы (6), которые приведены в табл. 2.

Таким образом, пользуясь формулой (6) и данными таблиц 1 и 2, можно определить периоды первых трех тонов свободных колебаний многоэтажных каркасных зданий: а) с гибкими первым и вторым этажами; б) с гибким вторым этажом, —при абсолютно жестких ригелях.

ЕрПИ им. К. Маркса

Поступило 20.IV. 1973.

Տ. Ա. ԳՈՐՈՅԱՆ

ՃԿՈՒՆ ՆԵՐՔԵՎԻ ՀԱՐԿԵՐՈՎ ԿԱՐԿԱՍԱՅԻՆ ՇԵՆՔԵՐԻ ԱԶԱՏ ՏԱՏԱՆՈՒՄՆԵՐԻ ՊԱՐԲԵՐՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՈՐՈՇՄԱՆ ՎԵՐԱԲԵՐՅԱԼ

Ամփոփում

Բացարձակ կոշտ պարդունակներով բազմահարկ կարկասային շենքերի հաճախությունների հավասարումների վերլուծության հիման վրա այդպիսի շենքերի ազատ տատանումների առաջին երեք տոների պարբերությունները որոշելու համար առաջարկված է (6) բանաձևը և տրված են նրա մեջ մտնող γ_r գործակցի արժեքները մինչև 16 հարկ բարձրության շենքերի համար, երբ՝

ա) ճկուն են առաջին և երկրորդ հարկերը,

բ) ճկուն է միայն երկրորդ հարկը։

ЛИТЕРАТУРА

1. *Гороян Т. А., Хачиян Э. Е.* К изучению сейсмостойкости железобетонных каркасных зданий повышенной этажности. Доклады Всесоюзного совещания по сейсмостойкому строительству в Алма-Ате, Ереван, 1967.
2. *Гороян Т. А., Хачиян Э. Е.* К определению периодов и форм свободных колебаний многоэтажных каркасных зданий. «Известия АН Арм. ССР (серия Т. Н.)» т. XXIII, № 5, 1970.