ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
Տեխնիկական գիտութ. սերիա XXVI, №3, 1973 Серия технических наук

ЭЛЕКТРОТЕХНИКА

Я. С. БРОВМАН, К. С. ДЕМИРЧЯН, С. Л. ШМУТЕР

# О ЗАВИСИМОСТИ СПЕКТРА ВИБРАЦИИ ОТ ФОРМ ДЕФЕКТОВ АСИНХРОННОГО ЭЛЕКТРОДВИГАТЕЛЯ

В [1] рассмотрены вибрационные спектры дефектов при силовом элементе, описываемом решетчатой функцией. Для получения математической модели, естественно, был применен аппарат дискретного преобразования Лапласа. Однако для задач сопоставления спектров дефектов различных форм и, особенно, воздействия силовых элементов различных форм (например, магнитных полей малополюсных машин) такая модель приводит к выкладкам, аналогичным изложенным в [1], для каждой из форм. Это обусловило разработку несколько отличной модели, адекватной таким задачам.

Силовой элемент, имеющий $z_c$ полюсов (шаров), характеристику силового поля каждого полюса $F_c(\varphi)$ и вращающийся со скоростью $\omega_c$ относительно неподвижной системы координат $xOjy$ (рис. 1), взаимодействует с вращающимся со скоростью $\omega_в$ дефектом $\Delta_в(\varphi)$ (некруглость бочки ротора или желобов вращающихся колец подшипников) и/или с неподвижным дефектом $\Delta_н(\varphi)$ (некруглость расточки статора или неподвижных колец подшипников), расположенным под углом $\varphi_н$. Определяется спектр вибрации корпуса при очевидных (для первого приближения) допущениях: изотропности динамической характеристики машины $W(j\omega)$ и линейности силового воздействия, т. е. при учете только линейного члена в разложении $F_c(\varphi, \Delta)$ в ряд Тейлора по степеням $\Delta_в$ и/или $\Delta_н$

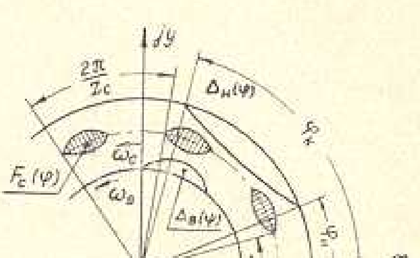

Рис. 1.

$$F_c(\varphi, \Delta)=F_c(\varphi, \Delta_0-\Delta_в-\Delta_н)=$$

$$=F_c(\varphi)_0-(\Delta_в+\Delta_н)F_c'(\varphi)_0+\frac{1}{2}(\Delta_в+\Delta_н)^2F_c''(\varphi)_0-\dots \quad (1)$$

Так как производные $F_c^{(n)}(\varphi)_0$ берутся только по параметру $\Delta$ при $\Delta=\Delta_0$, то (1) можно представить как

$$F_c(\varphi,\Delta)=F_c(\varphi)_0-(\Delta_в+\Delta_н)k_1F_c(\varphi)_0+$$

$$+\frac{1}{2}(\Delta_в^2+2\Delta_в\Delta_н+\Delta_н^2)k_2F_c(\varphi)_0-\ldots \qquad (2)$$

и без нарушения общности принять коэффициент нормировки $k=1$.

При взаимодействии силового элемента с неподвижным дефектом мгновенный (в момент времени $t$ при угле $\varphi_c=\omega_c t$) вектор силы в комплексной форме

$$F_н(\varphi_c)=\int\limits_0^{\mp k}F_c(\varphi)_0\Delta_н(\varphi)e^{j\varphi}d\varphi=\int\limits_0^{\infty}F_c(\varphi)_0\Delta_н(\varphi)e^{-s\varphi}d\varphi_{s=-j}=$$

$$=L(F_c(\varphi)_0\Delta_н(\varphi))_{s=-j} \qquad (3)$$

можно представить $L$-преобразованием (Лапласа) при определенном значении параметра $s=-j$. Такое представление допустимо, так как переход к бесконечному пределу не изменяет значения интеграла (функция $\Delta_н(\varphi)$ определена только в пределах от 0 до $2\pi$, а $F_c(\varphi)_0$ — в пределах $2\pi/z_c$), и интеграл всегда сходится при параметре $s=-j$.

$L$—изображение произведения функций отыскивается как комплексная свертка их изображений [2]

$$F_н(\varphi_c)=\frac{1}{2\pi j}\int\limits_{x-j\infty}^{x+j\infty}\delta_н(z)\cdot f_c(s-z)e^{-(s-z)\varphi_c}dz=$$

$$=\frac{1}{2\pi j}e^{-s\varphi_c}\int\limits_{x-j\infty}^{x+j\infty}\delta_н(z)\cdot f_c(s-z)e^{z\varphi_c}dz=e^{-s\varphi_c}L^{-1}(\delta_н(z)\cdot f_c(s-z)). \qquad (4)$$

Здесь $\delta_н(z)$—$L$-изображение $\Delta_н(\varphi)$, а $f_c(z)$—$L$-изображение несмещенной ($\varphi_c=0$) функции $F_c(\varphi)_0$. В (4) учет смещения $e^{z\varphi_c}$ позволил представить $F_н(\varphi_c)$ в виде обратного ($L^{-1}$) преобразования Лапласа.

Комплексные амплитуды $C_k$ разложения в ряд Фурье взаимодействия дефекта со всеми полюсами (шарами) с учетом периодичности взаимодействия с шагом $2\pi/z_c$ выразятся так:

$$C_k=\frac{z_c}{2\pi}\int\limits_0^{2\pi/z_c}F_н(\varphi_c)e^{-jkz_c\varphi_c}d\varphi_c+\frac{z_c}{2\pi}\int\limits_{2\pi/z_c}^{2\cdot2\pi/z_c}F_н(\varphi_c)e^{-jkz_c\varphi_c}d\varphi_c+\ldots=$$

$$=\frac{z_c}{2\pi}\sum_{l=0}^{z_c-1}\int\limits_{l2\pi/z_c}^{(l+1)2\pi/z_c}F_н(\varphi_c)e^{-jkz_c\varphi_c}d\varphi_c=\frac{z_c}{2\pi}\int\limits_0^{\infty}F_н(\varphi_c)e^{z\varphi_c}d\varphi_c\Big|_{z=-jkz_c}=$$

$$=\frac{z_c}{2\pi}L(F_н(\varphi_c))\Big|_{z=-jkz_c}, \qquad (5)$$

т. е. опять-таки как $L$-преобразование вектора в комплексной форме $F_{\text{п}}(\varphi_c)$ при параметре $\sigma = jkz_c$, где номера гармоник $k=0, \pm 1, \pm 2 \ldots$ принимают как положительные (векторы прямого вращения), так и отрицательные (векторы обратного вращения) значения. В (5) в силу линейности Фурье-преобразования суммирование воздействий от всех полюсов сводится к сумме интегралов, которая приводит к одному интегралу в пределах $0 \div 2\pi$, представленному $L$-изображением аналогично (3).

Подстановка в (5) выражения $F_{\text{п}}(\varphi_c)$ по (4) приводит к окончательному выражению

$$C_k = \frac{z_c}{2\pi} \delta_{\text{н}}(z) f_c(s-z) = \frac{z_c}{2\pi} \delta_{\text{н}}(j(kz_c - 1)) \cdot f_c(-jkz_c), \tag{6}$$
$$z = jkz_c + s; \; s = -j$$

т. е. комплексные амплитуды $C_k$ ряда Фурье для частот $kz_c\omega_c$ равны произведению Фурье-изображений ($L$-изображений) дефекта и силового элемента при частотах (параметрах) $j(kz_c - 1)$ и $-jkz_c$, соответственно. В (6) параметр $z$ содержит, помимо $\sigma$, слагаемое $s = -j$ в связи с учетом элемента смещения $e^{-j\varphi_c}$ в (4).

Для перехода к спектру вибрации $\rho_k$ следует $C_k$ по (6) умножить на передаточную функцию машины $W(j\omega)$.

Таким образом, приходим к гармоническому ряду прямых $\rho_{+k}$ и инверсных $\rho_{-k}$, вращающихся с частотами $kz_c\omega_c$, векторов вибрации

$$\rho_{\pm k} = |W(jkz_c\omega_c)| e^{\pm j \arg W(jkz_c\omega_c)} \cdot C_{\pm k} e^{\pm jkz_c\omega_c t}, \tag{7}$$

т. е. к гармоническому ряду эллипсов вибрации с полуосями $|\rho_{+k}| \pm \pm |\rho_{-k}|$, ориентированными на центральную ось дефекта.

Воздействие вращающегося дефекта $\Delta_{\text{в}}(\psi)$ следует рассматривать как воздействие, неподвижное во вращающейся со скоростью $\omega_{\text{в}}$ системе координат, в которой текущий угол поворота полюсов (шаров) $\psi_c = (\omega_c - \omega_{\text{в}})t$. При этом спектр содержит набор векторов на боковых частотах $\pm kz_c(\omega_c - \omega_{\text{в}}) + \omega_{\text{в}}$ с амплитудами $C_{\pm k}$. Здесь, как обычно, положительному значению $\pm kz_c(\omega_c - \omega_{\text{в}}) + \omega_{\text{в}}$ соответствует прямое вращение, а отрицательному—обратное. Следовательно, амплитуде $C_{+k}$ по (6) может соответствовать как верхняя боковая частота $+kz_c|\omega_c - \omega_{\text{в}}| + \omega_{\text{в}}$ (при $\omega_c > \omega_{\text{в}}$ — магнитные вибрации, прямое вращение), так и нижняя боковая $+kz_c|\omega_c - \omega_{\text{в}}| - \omega_{\text{в}}$ (при $\omega_c < \omega_{\text{в}}$ — подшипниковые вибрации; обратное вращение).

Учет квадратичных членов в разложении (2) приводит к уточнению комплексных амплитуд $C_k$ на частотах $kz_c\omega_c$, соответствующих неподвижному дефекту (член $\Delta_{\text{н}}^2$), и на боковых частотах, соответствующих вращающемуся дефекту (член $\Delta_{\text{в}}^2$). Произведение же $\Delta_{\text{н}} \Delta_{\text{в}}$ предопределяет появление вибрационных составляющих на центральной частоте $kz_c|\omega_{\text{в}} - \omega_c|$ и ряде комбинационных. Определение комплексных амплитуд спектра такого тройного взаимодействия $\Delta_{\text{н}} \Delta_{\text{в}} F_c(\varphi)$, может быть выполнено по схеме, аналогичной представленной здесь для парного взаимодействия.

В импульсной технике широко применяется спектральное представление импульсов различной формы, которое при периодической последовательности этих импульсов характеризует набор амплитуд гармоник разложения в ряд Фурье [3]. Полученное здесь выражение (6) является спектральным представлением вибрационного воздействия дефектов, характеризующим набор комплексных амплитуд гармонического ряда вращающихся составляющих на частотах, определяемых числом $z_c$ полюсов (шаров) электродвигателя.

Поступило 20.II.1972

ՅԱ. Ս. ԲՐՈՎՄԱՆ, Կ. Ս. ԴԵՄԻՐՃՅԱՆ, Ս. Լ. ՇՄՈՒՏԵՐ

## ՎԻԲՐԱՑԻԱՅԻ ՍՊԵԿՏՐԻ ԿԱԽՎԱԾՈՒԹՅՈՒՆԸ ԱՍԻՆԽՐՈՆ ԷԼԵԿՏՐԱՇԱՐԺԻՉԻ ԹԵՐՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՁԵՎԻՑ

Ա մ փ ո փ ու մ

*Ցույց է տրված վիբրացիայի պտտվող վեկտորների ընդհանուր կախվածությունը ասինխրոն էլեկտրաշարժիչի ուժային դաշտի և թերությունների ձևից, որն անհրաժեշտ է տեխնոլոգիական թերությունների վիբրացիագնահատման համար։ Կիրառված է Ֆուրյեի կոմպլեքս վերափոխումների ապարատը։*

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. *Бровман Я. С., Демирчян К. С., Шмутер С. Л.* Модель вибрации асинхронного электродвигателя. «Известия АН Арм. ССР (серия Т. Н.)», т. XXV, № 3, 1972.
2. *Дёч Г.* Руководство к практическому применению преобразованию Лапласа и Z-преобразования. Изд. «Наука», М., 1971.
3. *Цыпкин Я. З.* Теория линейных импульсных систем. Физматгиз, М., 1963.