ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

Տեխնիկական գիտութ. սերիա XXVI, № 2, 1973 Серия технических наук

ГИДРАВЛИКА

Р. Г. АСАТРЯН

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРЕДЕЛЬНОГО РАСХОДА НЕОДНОРОДНЫХ НАНОСОВ СЕЛЕВОГО ПОТОКА В ЖЕСТКОМ РУСЛЕ ПО ТЕОРИИ РАЗМЕРНОСТЕЙ

Разработка методики расчета селепропускных сооружений неразрывно связана с расчетом предельного расхода наносов при движении потока в жестком русле.

Разработано много методов расчета расхода наносов, исходя из заданных гидравлических параметров потока и характеристик русла и наносов. Все они, как чисто эмпирические, так и имеющие теоретическую основу, проверены лабораторными опытами в лотках, главным образом, для однородных по крупности наносов в деформируемых руслах, т. е. для случая движения наносов по наносам. Поэтому эти формулы нельзя применять при определении предельного расхода неоднородных наносов при движении селевого потока по жесткому руслу. Следует отметить, что почти все формулы удовлетворяют требованиям размерностей и соответствуют критериям подобия.

Зная, какие физические величины участвуют в исследуемом процессе, т. е. какие параметры влияют на величину предельного расхода наносов селевого потока при движении неоднородных по крупности наносов по жесткому дну [1], и используя теорию размерностей, можно установить характер зависимости, связывающей эти параметры. Применение теории размерностей при правильном выборе основных факторов, участвующих в физическом процессе, и при тщательной постановке лабораторных исследований может дать вполне приемлемые результаты, удовлетворяющие требованиям практики. Существуют несколько способов для построения критериальных уравнений с помощью анализа размерностей (Бертрана, Толмена, Апелля, Релея, Букингэма, Лангаара и др.).

Критериальное уравнение для нашей задачи, т. е. уравнение по определению предельного расхода наносов в двухфазном равномерном поток, нами было составлено по двум способам: по теории-π (Букингэма) и по методу А. Л. Лангаара (с помощью матриц). Прежде чем составить критериальное уравнение по определению предельного расхода наносов в двухфазном равномерном потоке при движении неоднородных по крупности наносов в жестком русле необходимо установить факторы, обуславливающие данные процессы. Расход неоднородных по крупности несвязных наносов является функцией многих переменных:

$$g_н = f(R,\ I,\ d_{ср},\ \gamma,\ \gamma_н,\ k_{эк},\ \nu,\ d_{50}). \qquad (1)$$

Здесь и в дальнейшем приняты следующие обозначения: $g_н$ — удельный предельный расход наносов на единицу ширины потока; R — гидравлический радиус; I — уклон дна; $d_{ср}$ — средневзвешенный диаметр смеси наносов; d_{85} и d_{50} — диаметры наносов, соответствующие 85 и 50 % содержанию наносов гранулометрической кривой; $\gamma_н$ и γ — соответственно удельный вес наносов и воды; $\rho_н$ и ρ — соответственно плотность наноса и воды; $\rho' = (\rho_н - \rho)/\rho$ — относительная плотность наносов в воде; ν — кинематический коэффициент вязкости; $k_{эк}$ — гидравлически образующаяся эквивалентная шероховатость; $\tau = \gamma RI$ — касательная сила и сила трения; g — ускорение силы тяжести; $D = d_{ср}/d_{эк}$ — параметр, учитывающий величину шероховатости дна; $j = d_{85}/d_{50}$ — коэффициент неоднородности смеси наносов.

Имея ввиду, что величины γ, R и I характеризуют силу трения τ (касательную силу) для данного потока, а удельный вес частицы в воде равен $\gamma_н - \gamma$, уравнение (1) можно представить через функциональную зависимость в виде:

$$\varphi[\tau,\ d_{ср},\ (\rho_н - \rho),\ g_н,\ g,\ k_{эк},\ d_{50}] = 0. \qquad (2)$$

Существенную помощь при анализе размерностей оказывает так называемая π-теорема [2]. Согласно этой теории, если функциональная связь между n физическими величинами удовлетворяет условию инвариантности относительно размера основных единиц, а число основных единиц равно k, то можно составить $n - k$ безразмерных комбинаций величин.

Используя π-теорему, для нашей задачи составляется критериальное уравнение. Основными параметрами принимались: τ, $d_{ср}$ и $\rho_н - \rho$. Так как в уравнении (2) восемь неизвестных, то должны получить пять критериев подобия:

$$\varphi(\pi_1,\ \pi_2,\ \pi_3,\ \pi_4\ \text{и}\ \pi_5) = 0. \qquad (3)$$

Первый критерий может быть представлен в следующем виде:

$$\pi_1 = \tau^{x_1} d_{ср}^{y_1} (\rho_н - \rho)^{z_1} g_н^{-1}, \qquad (4)$$

где x, y и z — показатели степени при основных факторах. Для определения x, y и z в условиях соблюдения размерностей, уравнение (4) можно представить в виде:

$$L^0 M^0 T^0 = \left(\frac{M}{LT^2}\right)^{x_1} L^{y_1} \left(\frac{M}{L^3}\right)^{z_1} \left(\frac{M}{LT}\right)^{-1}. \qquad (5)$$

Приравняв показатели степени при L (длине), M (массе) и T (времени) в обеих частях уравнения (5), получим систему трех уравнений с тремя неизвестными:

$$-x_1 + y_1 - 3z_1 + 1 = 0,$$

$$x_1 + z_1 - 1 = 0,$$

$$-2x_1 + 1 = 0.$$

Решая эти уравнения, получим:

$$x_1 = \frac{1}{2}, \qquad y_1 = 1 \quad \text{и} \quad z_1 = \frac{1}{2}.$$

Следовательно, уравнение (4) приводится к виду

$$\pi_1 = \frac{\sqrt{\tau}\, d_{\text{ср}} \sqrt{\rho_{\text{н}} - \rho}}{g_{\text{н}}}. \tag{6}$$

После некоторых преобразований, первый критерий можно написать в следующем виде:

$$\pi_1 = \frac{\sqrt{\tau/\rho}\, d_{\text{ср}} (\rho_{\text{н}} - \rho)}{\sqrt{\rho'} \cdot g_{\text{н}}}. \tag{6а}$$

В уравнении (6а) величина $\sqrt{\tau/\rho}$ представляет собой динамическую скорость двухфазного потока v_*, имеющую размерность *см/сек*, а величина $d_{\text{ср}}(\rho_{\text{н}} - \rho)$ — вес частицы. Произведение этих двух величин даст весовой расход одной частицы $d_{\text{ср}}$ в секунду. Следовательно, если взять обратное значение отношения (6а), то получим число наносов, транспортируемых потоком на единицу ширины. Таким образом, первый критерий из себя представляет критерий весового расхода наносов и окончательно может быть представлен в следующем виде:

$$\pi_1 = \frac{v_* d_{\text{ср}} (\rho_{\text{н}} - \rho)}{\sqrt{\rho'}\, g_{\text{н}}}. \tag{7}$$

Аналогичным образом можно получить остальные критерии, которые имеют следующий вид:

$$\pi_2 = \frac{\tau}{g(\rho_{\text{н}} - \rho)\, d_{\text{ср}}}; \qquad \pi_3 = d_{\text{ср}}/k_{\text{эк}};$$

$$\pi_4 = \frac{\sqrt{\tau}\, d_{\text{ср}}}{\sqrt{\rho_{\text{н}} - \rho}\ \nu}; \qquad \pi_5 = d_{\text{ср}}/d_{50}.$$

После некоторых преобразований π_2 и π_4 можно представить в виде:

$$\pi_2 = \frac{RI}{\rho' d_{\text{ср}}}; \qquad \pi_4 = \frac{v_* d_{\text{ср}}}{\sqrt{\rho'}\ \nu}.$$

Второй критерий представляет собой критерий подвижности, который в свое время был получен Х. А. Эйнштейном, И. В. Егиазаровым и др. Третий критерий учитывает величину гидравлически образующейся эквивалентной шероховатости $k_{\text{эк}}$. Значение $k_{\text{эк}}$ определяется по формуле

И. В. Егиазарова [3]. Четвертый критерий—это число Рейнольдса Re_{*d}. Имея ввиду, что для селевых отложений наносов $d_{ср}$ в основном соответствует d_{85} [4], то пятый критерий можно написать в таком виде:

$$\pi_5 = d_{85}/d_{50}.$$

Пятый критерий представляет собой коэффициент неоднородности смеси наносов j. Таким образом, критериальное уравнение (3) для двухфазного потока при движении неоднородных наносов по жесткому руслу будет иметь следующий вид:

$$\varphi\left[\frac{v_* d_{ср}(\rho_н - \rho)}{\sqrt{\rho'} g_н},\ \frac{RI}{\rho' d_{ср}},\ \frac{d_{ср}}{k_{эк}},\ \frac{Re_{*d}}{\sqrt{\rho'}},\ \frac{d_{85}}{d_{50}}\right] = 0. \quad (8)$$

Для получения предельного удельного расхода наносов уравнение (8) можно представить в следующем виде:

$$\frac{v_* d_{ср}(\rho_н - \rho)}{\sqrt{\rho'} g_н} = f\left(\frac{RI}{\rho' d_{ср}},\ \frac{d_{ср}}{k_{эк}},\ \frac{d_{85}}{d_{50}},\ \frac{Re_{*d}}{\sqrt{\rho'}}\right). \quad (9)$$

По методу Лангаара [5] критериальное уравнение, описывающее данный процесс, составляется с помощью матриц, с использованием анализа размерностей. Преимущество метода Лангаара по сравнению с π-теоремой является то, что при составлении критериального уравнения число основных параметров не выбирается по усмотрению исследователя, а оно получается при решении матрицы. Сущность метода Лангаара заключается в следующем: имея функциональную зависимость данного процесса и используя анализ размерностей, составляется размерная матрица. Для данной матрицы определяется ранг, который является числом основных параметров. Далее, имея ранг матрицы, определяется число безразмерных комплексов, образованных из разных факторов. Исходя из размерной матрицы, составляется система линейных уравнений, с помощью которой определяются коэффициенты переменных и на основании последних получаем безразмерную матрицу. Затем, из безразмерной матрицы составляются безразмерные комплексы.

Используя теорию размерностей для функциональной зависимости (2) с восьмью неизвестными, составляется размерная матрица в следующем виде:

$$\begin{array}{c|cccccccc|}
 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\
 & g_н & g & \nu & \tau & d_{ср} & \rho_н - \rho & d_{50} & k_{эк} \\
\hline
M & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
L & -1 & 1 & 2 & -1 & 1 & -3 & 1 & 1 \\
T & -1 & -2 & -1 & -2 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{array} \quad (10)$$

Из матрицы (10) исключаются те факторы, для которых π очевидны, т. е. параметры d_{50} и $k_{эк}$, дающие $\pi = d_{ср}/d_{50}$ и $\pi = d_{ср}/k_{эк}$. Они будут прибавляться к тем критериям, которые определяются далее.

Следовательно, составляется новая размерная матрица без d_{50} и $k_{эк}$ в виде:

$$
\begin{array}{c|cccccc|}
 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\
 & g_н & g & \nu & \tau & d_{ср} & \rho_н-\rho \\
\hline
M & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\
L & -1 & 1 & 2 & -1 & 1 & -3 \\
T & -1 & -2 & -1 & -2 & 0 & 0
\end{array} \qquad (11)
$$

Число остальных безразмерных критерий равно сумме чисел переменных минус ранг размерной матрицы. Ранг матрицы (11) равен трем, следовательно число безразмерных критерий будет три. По матрице (11) составляются линейные уравнения:

$$
\begin{aligned}
&k_1+k_4+k_6=0;\\
&-k_1+k_2+2k_3-k_4+k_5-3k_6=0;\\
&-k_1-2k_2-k_3-2k_4=0.
\end{aligned} \qquad (12)
$$

Решая уравнения (12) относительно k_4, k_5 и k_6, получим:

$$
\begin{aligned}
&k_4=-\frac{1}{2}k_1-k_2-\frac{1}{2}k_3;\\
&k_5=-k_1+k_2-k_3;\\
&k_6=-\frac{1}{2}k_1+k_2+\frac{1}{2}k_3.
\end{aligned} \qquad (13)
$$

Решая уравнения (13), методом элементарного исключения можно определить значение этих коэффициентов и составить безразмерную матрицу в виде:

$$
\begin{array}{c|cccccc|}
 & k_1 & k_2 & k_3 & k_4 & k_5 & k_6 \\
 & g_н & g & \nu & \tau & d_{ср} & \rho_н-\rho \\
\hline
\pi_1 & 1 & 0 & 0 & -\frac{1}{2} & -1 & -\frac{1}{2} \\
\pi_2 & 0 & 1 & 0 & -1 & 1 & 1 \\
\pi_3 & 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{2} & -1 & \frac{1}{2}
\end{array} \qquad (14)
$$

Имея безразмерную матрицу (14), можно получить безразмерные критерии:

$$
\pi_1=\frac{g_н}{\sqrt{\tau}\,d_{ср}\sqrt{\rho_н-\rho}}; \qquad \pi_2=\frac{g d_{ср}(\rho_н-\rho)}{\tau}; \qquad \pi_3=\frac{\nu\sqrt{\rho_н-\rho}}{\sqrt{\tau}}.
$$

Как видим, с помощью матрицы получены те же критерии, что и по π-теореме, но в перевернутом виде, т. е. по двум способам получается то же самое критериальное уравнение. Следовательно, для получения расчетной формулы предельного удельного расхода неоднородных наносов можем выбрать основное критериальное уравнение (8).

Подставляя опытные данные [1] по определению предельного расхода неоднородных наносов при движении их по жесткому руслу, полученные в селевой лаборатории сектора противоселевых мероприятий АрмНИИВПиГ в течении 1968—1971 гг., можно раскрыть функцию

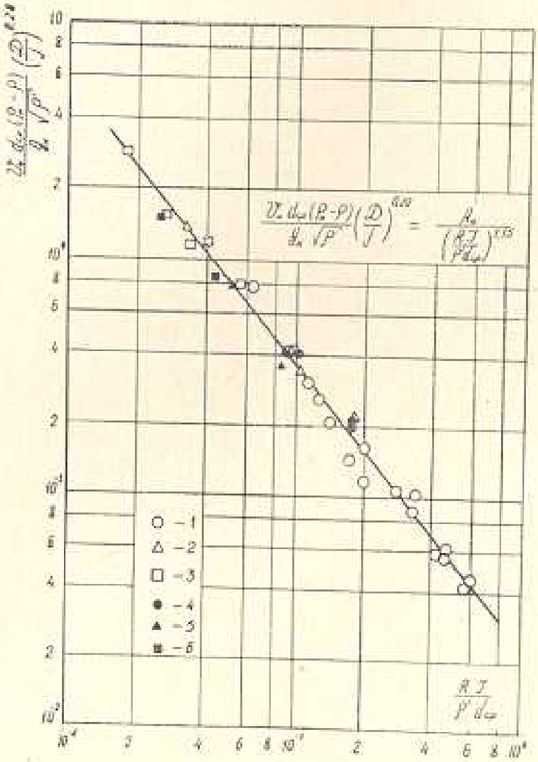

Рис. 1. Функциональная зависимость (9) по опытным данным.
1, 2, 3—данные автора (соответственно при $d_{ср}=2{,}65$; 7,2 и 13,2 *мм*).
4, 5, 6—данные Педроли (соответственно при $d_{ср}=2{,}6$; 5,2 и 11,1 *мм*)

(9) графическим путем, исключая влияние того или иного критерия. Расчетная формула по определению удельного расхода наносов имеет следующий вид (рис. 1):

$$g_{н}=A_0'\frac{v_{*}d_{c}(\rho_{н}-\rho)}{\sqrt{\rho'}}\left(\frac{RI}{\rho' d_{ср}}\right)^{1,15}\left(\frac{D}{j}\right)^{0,2}, \qquad (15)$$

где A_0'—безразмерный коэффициент, равный 47,5.

На рис. 1 нанесены также опытные данные Педроли [6], полученные в условиях жесткого русла при движении почти однородных наносов. Для количественной оценки точности формулы (15) были определены средняя квадратичная ошибка σ и коэффициент корреляций r, которые соответственно равны 4,0 и 0,98. Полученную формулу (15) можно использовать при гидравлических расчетах селепропускных сооружений.

АрмНИИВПиГ Поступило 20.VI.1972.

Ռ. Հ. ԱՍԱՏՐՅԱՆ

ԿՈՇՏ ՀՈՒՆՈՒՄ ՍԵԼԱՎԱՅԻՆ ՀՈՍԱՆՔԻ ԱՆՀԱՄԱՍԵՌ ՋՐԱԲԵՐՈՒԿՆԵՐԻ ՍԱՀՄԱՆԱՅԻՆ ԵԼՔԻ ՈՐՈՇՈՒՄԸ ԸՍՏ ՉԱՓՈՂԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ՏԵՍՈՒԹՅԱՆ

Ամփոփում

Սելավաթող կառուցվածքների հաշվարկման մեթոդիկան անխզելիորեն կապված է սելավային հոսանքի ջրաբերուկների սահմանային ելքի որոշման հետ։

Օգտվելով չափողականության տեսությունից, երկու եղանակով՝ π-թեորեմայով [2] և Լանգհարի մեթոդով [5], կազմված է (8) կրիտերիալ հավասարումը կոշտ հունում անհամասեռ ջրաբերուկների ելքը որոշելու համար։ Օգտագործելով կատարված լաբորատոր փորձերի արդյունքները [1] և (9) կրիտերիալ հավասարումը, ստացված է կոշտ հունում սելավային հոսանքի անհամասեռ ջրաբերուկների սահմանային ելքը որոշելու (15) բանաձևը, որը կարելի է կիրառել սելավաթող կառուցվածքների հիդրավլիկ հաշվարկի ժամանակ։

ЛИТЕРАТУРА

1. *Асатрян Р. Г.* Экспериментальное исследование предельной транспортирующей способности двухфазного потока в жестком русле. «Известия АН Арм. ССР (серия Т. Н.)», т. XXIV, № 4, 1971.
2. *Седов Л. И.* Методы подобия и размерностей в механике. Изд. «Наука», М., 1967.
3. *Егиазаров И. В.* Обобщенный критерий подвижности наносов и определение пиковой скорости по следам селевого турбулентного потока. Труды АрмНИИВПиГ, том 1(6), Ереван, 1967.
4. *Егиазаров И. В.* Значение гранулометрических кривых для русловых расчетов и их эмпирическое построение. Сб. докладов X селерусловой конференции, Ереван, 1968.
5. *Langhaar A. L.* Analyse dimensionnelle et théorie de maquettes. Paris, 1956.
6. *Pedroli L.* Transportio di materiali solido in canale a fondo fisso e liscio. Ufficio federale dell'economica delle aquai, № 43, Bern, 1963.